Абрагам-Беккер

Теория электричества

Том 1

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 53
ББК 22.3
А16

Абрагам-Беккер
А16 Теория электричества: Том 1 / Абрагам-Беккер – М.: Книга по Требованию, 2014. – 262 с.

ISBN 978-5-458-26623-9

Книга является переводом с немецкого книги Абрагама: "Theorie der Elektrizität", в переработке Беккера. Она содержит основы теории электричества, которые дает в векторном изложении. Элементы векторного анализа даются в водной главе, а затем систематически излагаются свойства электрического и магнитного полей и общие законы электромагнитного поля. Через всю книгу систематически проводится макроскопическая точка зрения. Микроскопическая картина раскрывается во втором томе: "Электронная теория" Беккера.

В конце книги имеется свыше ста задач с решениями, а также сводка формул и обозначений.

Книга может служить первоклассным пособием, при изучении теории электричества, для студентов вузов и втузов.

ISBN 978-5-458-26623-9

ПРЕДИСЛОВИЕ К ВОСЬМОМУ ИЗДАНИЮ

В 1894 г. появилось „Введение в теорию Максвелла" Фепплю. Через десять лет вышло заново переработанное Максом Абрагамом второе издание, в качестве первого тома его „Теории электричества". С тех пор для целого поколения физиков „Абрагам и Феппль" был самым ходовым руководством при изучении основ теории электричества. Большое число изданий, появившихся еще при жизни Макса Абрагама, свидетельствует о том, как высоко ценится его книга преподавателями и учащимися.

В новом издании я считал своей обязанностью в основном сохранить оправдавший себя общий план книги; некоторые места остались в прежнем виде. Однако внутри отдельных глав я решил произвести существенные изменения; при этом я старался сильнее оттенить конкретное физическое содержание по сравнению с чисто формальными утверждениями теории. Для большей наглядности изложения число рисунков увеличено более, чем в пять раз.

По сравнению со старыми изданиями добавлены §§ 40 и 41, касающиеся электрострикции, а также §§ 74 до 76, касающиеся термодинамики энергии поля. Теория скин-эффекта развита далее (§ 66), теория волн вдоль провода распространена на случай конечного сопротивления проводов (§§ 69 и 70). К изложению величин переменного тока применена употребительная в технике векторная диаграмма. Совершенно выпущено изложение электрических токов как циклической системы. Содержание двух последних глав последних изданий (ферромагнитные тела и явления индукции в движущихся телах) частью перенесено в другие места текста.

В выборе единиц мер я всецело придерживался последнего издания Абрагама. Всюду применяется Гауссова система мер, в которой плотность энергии в пустоте равна

$$\frac{1}{8\pi}\left(\mathbf{E}^2 + \mathbf{H}^2\right)\frac{э}{см^3}$$

и которая диэлектрическую постоянную и магнитную проницаемость пустоты полагает равной единице. В настоящее время невозможно удовлетворить в выборе системы мер требованиям и электротехники и физики, потому что „электротехническое" и „физическое" понимания теории Максвелла различаются не только обозначениями, но и по существу. При этом техническое понимание гораздо теснее примыкает к первоначальной форме теории Максвелла-Фарадея, чем в современной физике.

Электротехник считает (и в пустоте) векторы **E** и **D** величинами, различными по существу и находящимися в таком же соотношении, как растягивающее усилие и растяжение в теории упругости. С этой точки зрения является, конечно, сомнительным, когда в изложении основных положений множитель пропорциональности ε в соотношении $\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$ полагается для безвоздушного пространства равным единице и когда благодаря этому искусственно достигается одинаковость в размерности величин $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$. Наоборот, современная физика совершенно отказалась от того принципиального различия между $\mathbf{D}$ и $\mathbf{E}$, которое было тесно связано с механической теорией эфира. Она считает электромагнитное состояние в любой точке безвоздушного пространства вполне описанным заданием одного электрического вектора $\mathbf{E}$ и одного магнитного вектора $\mathbf{B}$ (или $\mathbf{H}$). Существующее в Гауссовой системе мер численное совпадение $\mathbf{E}$ и $\mathbf{D}$ (в пустоте) для физика является не результатом произвольного определения, а выражением действительного тождества двух величин. Напротив, введение отличных от единицы диэлектрической постоянной и магнитной проницаемости в пустоте ему кажется искусственным вычислительным приемом электротехника, с помощью которого последний приводит формулы к виду, удобному для его практических целей.

В конце книги помещена наглядная сводка главных формул.

Считаю своим долгом сердечно поблагодарить инж. Орована за его неутомимую и ценную помощь при обработке книги, а также за чтение корректур.

Берлин, Февраль 1930 г. *Р. Беккер.*

ПРЕДИСЛОВИЕ К ДЕВЯТОМУ ИЗДАНИЮ

Девятое издание дополнено собранием примерно 100 задач с решениями. В остальном, за исключением небольших поправок и исправления опечаток, оно представляет перепечатку восьмого издания. Каждому читателю, который желает хорошо овладеть основами теории электричества, рекомендуется внимательная проработка задач.

Утомительный труд подбора и обработки задач произведен главным образом инж. Орованом, которому я приношу глубокую благодарность.

Берлин, Февраль 1932 г. *Р. Беккер.*

ПРЕДИСЛОВИЕ КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ ПЕРЕВОДА

Уже через 2 года после первого издания перевода I т. Абрагама-Беккера появилась необходимость во втором. Отсюда ясно, что и советский читатель оценил по достоинству это классическое руководство.

Редакция, пользуясь случаем, внесла в текст различные исправления и улучшения, не изменяющие принципиального смысла содержания; все обозначения переделаны в соответствии с существующими стандартами.

Редакция выражает признательность всем лицам, любезно сделавшим ей различные замечания по поводу текста. В частности, она особо отмечает ценные указания, сделанные Л. Э. Гуревичем.

1938 г. XI. ЛГУ *Т. Кравец.*

ВВЕДЕНИЕ

Теория электрических и магнитных явлений основывалась до работ Максвелла на представлении дальнодействия между телами, наэлектризованными, намагниченными или такими, по которым текут электрические токи. В этом отношении отклонялись от воззрения всех физиков только воззрения Фарадея. Но Фарадей не владел математическим анализом настолько, чтобы дать своим представлениям исчерпывающую и свободную от противоречий форму, которая возвысила бы их до степени теории; впрочем, его представления об электрических явлениях и их описание имели все же математический характер, хотя он при этом и не пользовался математическим языком формул. Только Максвеллу удалось это, и он создал, облекая идеи Фарадея в строго математические формы, учение, которое в самом основании своем существенно отличалось от теории дальнодействия, при дальнейшем же своем развитии отклонялось от нее все дальше.

Открытия Генриха Гертца дали доказательства того, что действительно в диэлектрике, в частности в безвоздушном пространстве, происходят электромагнитные процессы. С тех пор основные представления теории Максвелла были приняты всеми физиками. Каковы же те признаки, которые отличают Максвеллову теорию поля от теорий дальнодействия?

Основными представлениями учения Максвелла можно считать следующие:

1. Представление, что электрические и магнитные действия тела на другое отделенное от него тело происходит посредством промежуточного пустого или заполненного материей пространства.

2. Что место нахождения электрической (соответственно—магнитной) энергии нужно искать не только в наэлектризованных, намагниченных телах или телах, по которым текут электрические токи, но также — и в значительно большей степени — в окружающем поле.

3. Что электрический ток в незамкнутой цепи дополняется током смещения в диэлектрике до замкнутого потока и что этот ток смещения так же, как и ток проводимости, сопровождается соответственным магнитным полем.

4. Что поток магнитной индукции не имеет никаких источников, т. е., другими словами, что нигде не может проявляться „истинный“ магнетизм.

5. Что световые волны суть электромагнитные волны.

Сам Максвелл дал уравнения поля между прочим и в терминах теории кватернионов; однако, в основном он пользуется обычными прямоугольными координатами. Но при последнем способе связь между формулами делается более сложной. Большая наглядность достигается при применении векторного исчисления. Затруднения, связанные с изучением векторного исчисления, с избытком уравновешиваются теми преимуществами, которые дает этот метод. Это есть действительно единственный метод, который с легкостью приспособляется ко всем требованиям задачи, когда речь идет о том, чтобы точно выразить представления Фарадея о потоке сил. Мы ставим поэтому теорию векторов и векторных полей во главу этой книги. Данный способ представления применяется теперь почти всеми исследователями, работающими в области электродинамики. Этим методом, который полезен также в механике твердых тел и в гидродинамике, мы всюду будем пользоваться в следующих главах.

А. ВЕКТОРЫ И ВЕКТОРНЫЕ ПОЛЯ

I. ВЕКТОРЫ

§ 1. Определение вектора. Уравнения физики являются в конечном счете соотношениями между непосредственно измеряемыми величинами. Измерение показывает, сколько раз в измеренной величине содержится мера, принятая за единицу. Единицу измерения можно выбрать произвольно. Но можно также свести ее к ранее установленным единицам, с которыми она связана некоторым уравнением. Решение этого уравнения относительно новой единицы называют ее размерностью по отношению к остальным единицам. Так называемая абсолютная система мер строится на трех основных единицах: единицах длины, массы и времени. Но каковы бы ни были единицы, положенные в основу системы, всегда обе части уравнения должны быть равны не только по своему численному значению, но и по размерности. В самом деле, различие размерностей имело бы следствием, что при изменении основных единиц нарушилось бы равенство численных значений. Это требование используется в практике физического вычисления как первая проверка правильности уравнения.

Простейшие физические величины вполне определяются, при выбранной единице меры, посредством одного числа. Они называются скалярами. Таковы, например, масса, температура, градус Цельсия.

Существуют однако величины, которые не принадлежат к классу скаляров. Так, для установления конечного положения точки, сдвинутой из некоторого начального положения, необходимо знание трех чисел,—скажем, трех прямоугольных координат по отношению к осям, проведенным через начальную точку. Можно было бы с самого начала производить вычисления со скалярными составляющими смещения, не вводя формально новых величин. Но таким образом нельзя было бы, во-первых, выразить вполне понятное физически единство смещения; во-вторых, избранием координатной системы с самого начала вносится чуждый элемент, который с самим смещением ничего общего не имеет. Поэтому мы введем смещение как величину нового рода и установим для нее правила вычисления. Только в том случае, когда мы от формул перейдем к определению численных значений, будет необходимо вводить определенную координатную систему.

Будем называть в е к т о р а м и прямолинейные смещения точек, а равно и все физические величины, совокупность коих может быть изображена в виде совокупности прямолинейных смещений, подобно тому, как значения скаляра представляются отрезками прямой; при этом все векторы удовлетворяют тем же правилам сложения, как и изображающие их смещения.

Со строгим признаком того, является ли величина вектором, мы познакомимся в § 3.

§ 2. Сложение и вычитание векторов. При определении вектора сложение векторов было сведено к суммированию прямолинейных смещений. Рассмотрим два вектора **A** и **B** одинакового рода и размерности. Для того чтобы их сложить, представим себе движущуюся точку, находящуюся вначале в положении 1 (рис. 1). Пусть точке дано сначала смещение (1, 2), которое по длине, направлению и знаку представляет вектор **A**; затем из положения (2) пусть она передвигается на расстояние (2, 3), которое по длине, направлению и знаку представляет вектор **B**. Результат получается тот же самый, что и при смещении из (1) в (3). Непосредственное прямолинейное смещение из (1) в (3) называется равнодействующей или геометрической суммой двух смещений (1, 2) и (2, 3). Она представляет вектор **C**, который, согласно определению § 1, являясь равнодействующей или суммой векторов **A** и **B**, должен быть обозначен

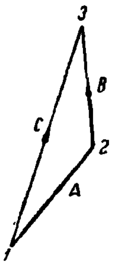

Рис. 1. Сложение двух векторов.

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}. \qquad (1)$$

Если произвести сначала смещение **B** (рис. 2), а затем смещение **A**, то движущаяся точка описывает путь (143), который вместе с путем (123) образует параллелограм. Следовательно, равнодействующая смещений **B** и **A**, так же как и равнодействующая смещений **A** и **B**, представляется диагональю (13) этого параллелограма (рис. 2). Таким образом сложение векторов следует коммутативному закону: геометрическая сумма двух векторов не зависит от порядка слагаемых

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}. \qquad (2)$$

Закон параллелограма при сложении, представленный на рис. 2, характерен для тех величин, которые мы называем векторами. Существуют однако величины, которые также имеют длину, направление и знак и которые тем не менее, в установленном здесь смысле, нельзя рассматривать как векторы, так как их сложение следует другому закону. Так например, как известно из кинематики, бесконечно малые вращения твердой системы вокруг неподвижной точки представляются векторами, ибо сложение таких вращений повинуется закону параллелограма; наоборот, конечное вращение нельзя рассматривать как вектор, потому что сложение вращений совершается более сложным образом. Как учит статика, силы, действующие на материальную точку, следуют при сложении закону параллелограма. Значит, эти силы суть векторы.

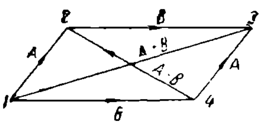

Рис. 2. Сложение и вычитание векторов.

Если рассмотреть смещения, аддитивно сложенные из векторов **A**, **B** и **C** (рис. 3), то можно легко убедиться в том, что для сложения векторов справедлив ассоциативный закон

$$(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}). \qquad (3)$$

На рис. 3 сумма трех векторов получалась путем построения четырехугольника, сторонами которого являются слагаемые векторы и их сумма. Аналогично этому для нахождения суммы n векторов пользуются векторным многоугольником, имеющим $n+1$ сторон, из которых n сторон — слагаемые векторы, а одна сторона — их сумма.

Спрашивается теперь, какое значение нужно придавать геометрической разности двух векторов **A** и **B**? — Разность должна определяться таким образом, чтобы для векторов, так же, как и для скаляров, имело место соотношение

$$\mathbf{B}-\mathbf{B}=0. \tag{4}$$

Соответственно этому вектору $-\mathbf{B}$ должно соответствовать смещение, которое уничтожает смещение **B**, возвращая движущуюся точку в начальное положение — другими словами, смещение, равное по длине и одинаковое по направлению со смещением **B**, но обратное ему по знаку. Под геометрической разностью векторов **A** и **B** понимают геометрическую сумму векторов **A** и $-\mathbf{B}$ и соответственно определяют вычитание векторов следующим образом: вычесть из вектора **A** вектор **B** значит сложить вектор **A** с вектором, равным по длине и одинаковым по направлению с вектором **B**, но противоположным ему по знаку. В параллелограме рис. 2 диагональ (13) представляет геометрическую сумму $\mathbf{A}+\mathbf{B}$, диагональ (42) — геометрическую разность $\mathbf{A}-\mathbf{B}$.

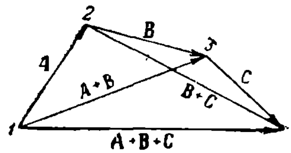

Рис. 3. Сложение трех векторов.

Вышеуказанные правила сложения и вычитания векторов формально согласуются с законами обычной алгебры.

§ 3. Единичные и основные векторы, составляющие. Под произведением **A** скаляра α на вектор **a**

$$\mathbf{A}=\alpha\mathbf{a}=\mathbf{a}\alpha \tag{5}$$

понимают вектор, длина которого равна произведению численного значения скаляра α на длину вектора **a**

$$|\mathbf{A}|=|\alpha|\cdot|\mathbf{a}|; \tag{5a}$$

направление его совпадает с вектором **a**, а знак одинаков с **a** или ему противоположен, смотря по тому, является ли скаляр α положительным или отрицательным.

Умножение векторов на скаляры следует правилам алгебры скалярных величин; коммутативный закон находит себе выражение в (5). Дистрибутивный закон также справедлив, т. е.

$$(\alpha+\beta)\,\mathbf{a}=\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{a}, \quad \alpha(\mathbf{a}+\mathbf{b})=\alpha\mathbf{a}+\alpha\mathbf{b}. \tag{5b}$$

Все векторы **A** одинакового направления можно выразить через вектор **s** того же направления, но длиной равный 1

$$\mathbf{A}=\pm|\mathbf{A}|\,\mathbf{s}. \tag{6}$$

Здесь имеет место положительный или отрицательный знак, в зависимости от того, одинаковы ли **A** и **s** по знаку или противоположны.

Вектор **s**, длина которого равна единице, называется **единичным вектором**. Условимся приписывать длине его размерность вектора. Тогда единичному вектору **s** (6) мы должны придать размерность отвлеченного числа. Единичным вектором пользуются для того, чтобы задать направление и знак одного или нескольких параллельных векторов.

Пусть будет дан (рис. 4) некоторый постоянный единичный вектор **s** и любой вектор **a**, образующий с **s** угол φ. **Составляющей вектора a по направлению единичного вектора s** называют величину

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}\cos\varphi, \qquad (7)$$

равную длине проекции вектора **a** на прямую единичного вектора **s** и взятую со знаком плюс или минус, смотря по тому, как направлены проекция и **s**: в одну сторону или в противоположные.

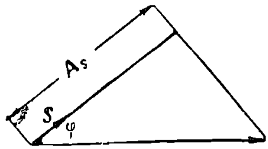

Рис. 4. Составляющая $\mathbf{A}_s$ от **A** по направлению **s**.

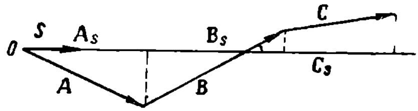

Рис. 5. Составляющая суммы $\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}$ по **s** равна сумме отдельных составляющих.

Составляющая вектора есть скалярная величина. Если проекцию вектора **a** на прямую единичного вектора **s** желательно охарактеризовать в отношении ее направления, то необходимо образовать произведение составляющей вектора **a** по **s** на единичный вектор **s**. Выражение

$$|\mathbf{a}|\cos\varphi\cdot\mathbf{s}$$

дает проекцию в виде вектора.

Рассмотрим сумму трех векторов **A**, **B**, **C**

$$\mathbf{A}+\mathbf{B}+\mathbf{C}.$$

Как следует из § 5, составляющая ее по направлению единичного вектора **s** равна

$$\mathbf{A}_s+\mathbf{B}_s+\mathbf{C}_s,$$

т. е. алгебраической сумме составляющих векторов **A**, **B**, **C** по **s**. Этот результат можно обобщить для любого числа векторов и выразить следующим образом: **составляющая геометрической суммы любого числа векторов по направлению единичного вектора равна алгебраической сумме соответствующих составляющих отдельных векторов.**

Векторы любого направления и любой длины можно характеризовать их составляющими по направлению постоянных единичных векторов. Для этого пользуются тремя единичными векторами, не лежащими в одной плоскости. Примем три взаимно перпендикулярных единичных вектора $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ за основные. Пусть их направления совпадают с направлениями осей прямоугольной системы координат.

Как известно, существуют две системы осей x, y, z, которые называют: одну — правой, а другую — левой. Все правые системы можно привести к совпадению друг с другом, равно и все левые, но правая с левой совпасть не могут. Отражением в координатной плоскости, как в зеркале, получают из правой системы левую, из левой — правую. Отражением в начале координат (поворотом всех трех осей в противоположную сторону) из правой системы тоже получается левая, и наоборот. Мы будем в дальнейшем всегда пользоваться выбранной Максвеллом правой системой.

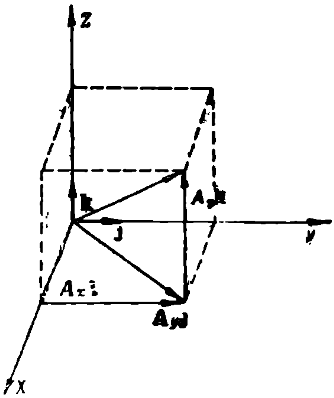

Рис. 6. Ортогональные единичные векторы $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$.

Она представлена на рис. 6. Оси x, y, z, которые совпадают при этом с основными векторами $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, идут в такой последовательности, что вращение от оси x к оси y, соединенное с поступательным движением вдоль оси z, приводит к винту с правой нарезкой. Положительные направления осей x, y, z в правой системе изображаются большим, указательным и средним пальцами правой руки.

Пусть составляющими вектора $\mathbf{a}$ по направлению основных векторов $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, или, как говорят, по осям x, y, z будут

$$\mathbf{a}_x,\ \mathbf{a}_y,\ \mathbf{a}_z.$$

Тогда проекции вектора $\mathbf{a}$ на оси по длине, направлению и знаку даются выражениями:

$$\mathbf{a}_x\mathbf{i},\ \mathbf{a}_y\mathbf{j},\ \mathbf{a}_z\mathbf{k}.$$

Сложение этих трех векторов, как можно усмотреть из рис. 6, приводит обратно к самому вектору $\mathbf{a}$. Он, следовательно, равен

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_x\mathbf{i} + \mathbf{a}_y\mathbf{j} + \mathbf{a}_z\mathbf{k}. \tag{8}$$

Пусть даны длина, направление и знак вектора $\mathbf{a}$; тогда сразу уравнениями

$$\mathbf{a}_x = |\mathbf{a}|\cos(\mathbf{a}, x),\ \mathbf{a}_y = |\mathbf{a}|\cos(\mathbf{a}, y),\ \mathbf{a}_z = |\mathbf{a}|\cos(\mathbf{a}, z) \qquad (8a$$

однозначно определяются его составляющие.

Обратно, если даны три составляющих, то однозначно определяется вектор $\mathbf{a}$, как диагональ прямоугольника параллелепипеда, ребра которого суть векторы $\mathbf{a}_x\mathbf{i}$, $\mathbf{a}_y\mathbf{j}$, $\mathbf{a}_z\mathbf{k}$. Его длина равна

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{\mathbf{a}_x^2 + \mathbf{a}_y^2 + \mathbf{a}_z^2}; \tag{8b}$$

его направление и знак определятся косинусами, вычисляемыми по (8a).

Зная три составляющих некоторого вектора по направлению основных векторов $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, можно вычислить его составляющую по направлению любого единичного вектора $\mathbf{s}$, если известны углы, которые образует вектор $\mathbf{s}$ с основными векторами. Нужно вектор $\mathbf{a}$ представить согласно (8) в виде суммы трех векторов, параллельных векторам $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, и алгебраически сложить составляющие этих трех слагаемых векторов по направлению $\mathbf{s}$; таким образом получаем:

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_x \cos(\mathbf{s}, x) + \mathbf{a}_y \cos(\mathbf{s}, y) + \mathbf{a}_z \cos(\mathbf{s}, z). \tag{9}$$

Это правило вычисления составляющей по любой оси является характерным свойством векторов. Согласно ему, каждому направлению пространства соответствует некоторая скалярная величина — именно, составляющая вектора $\mathbf{a}$ по этому направлению. Она зависит однородно линейно от направляющих косинусов. Используем обратно правило составляющих (9) для общей характеристики вектора. *Если дан вектор, то всякому направлению в пространстве соответствует некоторая скалярная „составляющая вектора“, которая зависит линейно-однородно от составляющих единичного вектора, расположенного вдоль данного направления* (т. е. от направляющих косинусов).

§ 4. Внутреннее или скалярное произведение. Пусть $\mathbf{F}$ — сила, действующая на точку. Если $\mathbf{v}$ есть скорость движущейся точки, то работа, которую совершает сила $\mathbf{F}$ в единицу времени, есть скалярная величина, значение которой дается произведением длин векторов $\mathbf{F}$ и $\mathbf{v}$ на косинус угла между ними. Напишем это произведение в виде

$$\mathbf{F}\mathbf{v} = |\mathbf{F}| \cdot |\mathbf{v}| \cdot \cos(\mathbf{F}, \mathbf{v}) \tag{10}$$

и назовем его *скалярным* или (по Грассману) *внутренним* произведением двух указанных векторов. Это обозначение перенесем на любые векторы.

Косинус угла между двумя векторами равен $+1$, если оба вектора направлены одинаково и в одну сторону, и равен -1, если они направлены противоположно. Он равен нулю, если векторы образуют между собой прямой угол. Если применить это к основным векторам $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$, то получаем

$$\mathbf{ij} = \mathbf{jk} = \mathbf{ki} = 0; \text{ напротив } \mathbf{ii} = \mathbf{jj} = \mathbf{kk} = 1. \tag{11}$$

Скалярное произведение остается, согласно служащему для его определения уравнению (10), неизменным, если изменить порядок его множителей. *Скалярное умножение двух векторов следует коммутативному закону.* Внутреннее произведение двух векторов $\mathbf{F}$ и $\mathbf{v}$ можно понимать как алгебраическое произведение длины вектора (например, $\mathbf{v}$) на составляющую другого вектора ($\mathbf{F}$) по направлению первого вектора. Из этого толкования непосредственно следует *дистрибутивный закон скалярного умножения*:

$$\mathbf{v} \sum_{h=1}^{n} \mathbf{F}_h = \sum_{h=1}^{n} \mathbf{v}\mathbf{F}_h. \tag{12}$$

В самом деле, по доказанной в § 3 теореме, составляющая геометрической суммы векторов $\mathbf{F}_h$ по какому-либо направлению равна