Р. Рихтер, Ю.С. Чечет

Электрические машины

Том 2

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 621
ББК 34.4
Р11

Р. Рихтер
Р11 Электрические машины: Том 2 / Р. Рихтер, Ю.С. Чечет – М.: Книга по Требованию, 2021. – 688 с.

ISBN 978-5-458-49889-0

Том II труда Рихтера состоит из трех частей. В первой части подробно изложены основные понятия, служащие для описания и характеристики явлений переменного тока в машинах. Во второй части изучается синхронная машина в ее современных разновидностях и изложены наиболее важные и специфические явления в эксплоатации синхронных машин. В третьей части автор рассматривает одноякорные преобразователи, подробно анализируя важнейшие явления и свойства эпмх машин. И в первой, и во второй части уделено большое внимание методам экспериментального испытания машин и указана методика проектирования их. Книга рассчитана на студентов энергетических втузов и на инженеров.

ISBN 978-5-458-49889-0

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

I. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, СЛУЖАЩИЕ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ЯВЛЕНИЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА В МАШИНАХ.

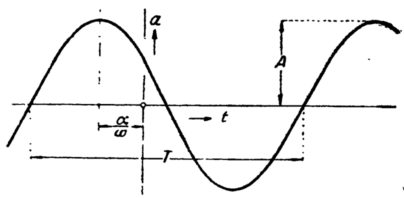
1. Комплексный анализ.

а. Основы комплексного анализа колебаний. В технике переменных токов преимущественно приходится иметь дело с такими электрическими и магнитными величинами, которые изменяются во времени по периодическому закону. С большим или меньшим приближением, если не говорить о случаях исключительных, этот закон всегда является законом синуса. Если выразить такую, синусоидально изменяющуюся во времени величину, процесс изменения которой часто называют также гармоническим колебанием, формулой:

$$a = A\cos(\omega t + \alpha), \tag{2a}$$

то a означает ее мгновенное значение, A — ее максимальное значение или амплитуду, $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ — круговую частоту, t — время и α — угол сдвига фаз. Значение этих величин пояснено на фиг. 1.

В подавляющем большинстве случаев эти колебающиеся величины, взаимодействие которых нам предстоит определить, имеют одну и ту же частоту f. Если это не имеет места, то все же во многих случаях, например, когда речь идет о статорных и роторных токах асинхронной машины, можно на основании особых зависимостей свести задачу к этой первой предпосылке.



Фиг. 1. Пояснения к уравнению (2а).

Рассматривая одни лишь колебания одинаковой частоты, мы можем установить для них простые правила вычисления. Чтобы придать уравнениям по возможности сжатый и все же однозначный вид, пользуются комплексным анализом, при котором для необходимых выкладок применяются особые сокращения (символы). Отсюда происходит не слишком выразительное название „символический метод“. Отметим тут же, что этот метод применим не только к электрическим, но и ко всякого рода синусоидальным во времени колебаниям. Например, мы воспользуемся им также при исследовании параллельной работы синхронных машин для вычисления механических колебаний роторов. Одним из первых, кто пользовался этим методом, был Кирхгоф, а Штейнмец применил его к решению задач переменного тока в технике сильных токов [Л 1, 2 и 3].

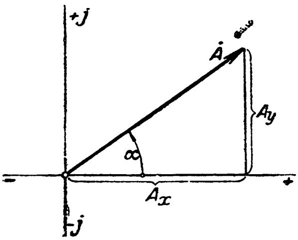
Чтобы правильно понять сущность этого анализа колебаний, необходимо сперва несколько отвлечься в сторону и начать с относящегося к теории функций понятия комплексной плоскости [Л4]. В этой плоскости проводят две оси, перпендикулярные друг к другу: ось — x-ов, на которой откладываются вещественные числа, и ось y-ов, на которой откладываются мнимые числа. Комплексное число изображается точкою или лучом (вектором), проведенным из начала координат до этой точки. Положение его известно, когда либо заданы его вещественная составляющая A_x и его мнимая составляющая A_y, либо его величина A и угол α — между вектором и вещественною осью (фиг. 2). Чтобы охарактеризовать вектор, как таковой, мы будем над обозначающей его величиною помещать точку. По принятому для комплексных величин правилу начертания

$$\dot{A} = A_x + jA_y = A(\cos\alpha + j\sin\alpha) = A\varepsilon^{j\alpha}. \tag{1}$$

Здесь j обозначает мнимую единицу, а ε основание натуральных логарифмов:

$$j = \sqrt{-1}, \quad \varepsilon = 2{,}718\ldots \tag{1a и b}$$

Величина вектора определяется из его составляющих по формуле:



Фиг. 2. Изображение вектора A в комплексной плоскости.

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}, \tag{1c}$$

а угол сдвига фаз, образуемый вектором с положительной вещественной осью, по формуле:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{A_y}{A_x} \tag{1d}$$

b. Временный вектор и его математическая трактовка. Пусть мы имеем синусоидальное колебание:

$$a = A\cos(\omega t + \alpha). \tag{2a}$$

В комплексной плоскости мы можем охарактеризовать это колебание вектором

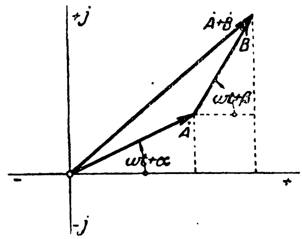
$$\dot{A} = A[\cos(\omega t + \alpha) + j\sin(\omega t + \alpha)] = A\varepsilon^{j(\omega t + \alpha)}, \tag{2b}$$

который вращается с постоянной угловой скоростью ω в математически положительном направлении, то-есть против часовой стрелки, все время сохраняя свою величину. Такую величину мы называем в р е м е н н ы м в е к т о р о м. Если мы в дальнейшем будем, ради краткости, употреблять вместо этого термина просто выражение вектор, то эти величины надо все же отличать от физических векторов, хотя действия над теми и другими до известной степени сходны между собою (ср. т. I, 1 А7, последний абзац) [Р2].

При рассмотрении уравнений (2a) и (2b) мы видим, что в каждый момент мгновенное значение a колеблющейся величины равно вещественной части вектора A или равно проекции временного вектора на вещественную ось. [1] Можно это соотношение выразить следующим уравнением:

$$a = \Re e\,(\dot{A}) = \Re e\,(A\varepsilon^{j(\omega t + \alpha)}). \tag{2c}$$

Важно констатировать, что для каждого заданного колебания существует только один временной вектор, удовлетворяющий определению (2b). По этой причине каждое синусоидальное колебание определенно однозначно и полностью, — если указан его временной вектор.



Фиг. 3. Сложение двух временных векторов.

Чтобы получить мгновенное значение колебания, можно также изображенный для определенного момента временной вектор представить себе неподвижным, а вещественную ось — вращающейся в направлении часовой стрелки с угловой скоростью ω. Так возникает понятие линии времени (т. I. IA 7).

Складывая два колебания одинаковой частоты, мы получаем колебание той же частоты. Чтобы получить мгновенное значение результирующего колебания для определенного момента, проще всего геометрически сложить временные векторы отдельных колебаний и измерить проекцию их суммы на вещественную ось. Пусть мы имеем колебания

$$a = A\cos(\omega t + \alpha), \quad b = B\cos(\omega t + \beta) \tag{3a и b}$$

(фиг. 3); их векторы

$$\dot{A} = A\varepsilon^{j(\omega t + \alpha)} = A_x + jA_y, \quad \dot{B} = B\varepsilon^{j(\omega t + \beta)} = B_x + jB_y \tag{4a и b}$$

Геометрическая сумма векторов равна

$$\dot{A} + \dot{B} = (A_x + B_x) + j(A_y + B_y). \tag{5'}$$

Отсюда непосредственно явствует правильность соотношения

$$a + b = \Re e\,(\dot{A}) + \Re e\,(\dot{B}) = \Re e\,(\dot{A} + \dot{B}). \tag{5}$$

Последнее уравнение означает, что вектор результирующего колебания равен сумме векторов отдельных колебаний.

Пусть далее нам дан ряд колебаний одинаковой частоты, у которых сумма мгновенных значений в каждый момент равна нулю, так что

$$A\cos(\omega t + \alpha) + B\cos(\omega t + \beta) + C\cos(\omega t + \gamma) + \ldots = 0 \tag{6a}$$

или короче

$$\Re e\,(\dot{A}) + \Re e\,(\dot{B}) + \Re e\,(\dot{C}) + \ldots = 0. \tag{6b}$$

[1] В I томе проекция производилась на ось y-ов, так как уравнение колебания мы писали в виде: $a = A\sin(x + \alpha)$.

Колебания эти могут, например, совершать те токи, которые сходятся в общей узловой точке. Из урав. (6a) посредством диференцирования и умножения на $-\frac{j}{\omega}$, мы получаем соотношение

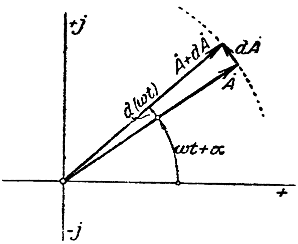
$$jA\sin(\omega t+\alpha)+jB\sin(\omega t+\beta)+jC\sin(\omega t+\gamma)+\ldots=0 \tag{7}$$

Сложив урав. (6a) и (7), мы получаем

$$A[\cos(\omega t+\alpha)+j\sin(\omega t+\alpha)]+B[\cos(\omega t+\beta)+j\sin(\omega t+\beta)]+$$
$$+C[\cos(\omega t+\gamma)+j\sin(\omega t+\gamma)]+\ldots=0 \tag{7a}$$

или

$$\dot{A}+\dot{B}+\dot{C}+\ \ldots\ =0. \tag{7b}$$



Фиг. 4. Диференцирование временного вектора.

Сопоставление урав. (7b) и (6b) приводит нас к тому важному выводу, что они взаимно обусловлены, так что во всех уравнениях того же вида, как (6b), символ $\Re e$ можно рассматривать, как постоянный коэфициент, в том смысле, что уравнение можно просто сократить на этот коэфициент.

Соответствующее уравнению (5) соотношение действительно также для диференцирования и интегрирования временных векторов. Пусть мы имеем колебание

$$a=A\cos(\omega t+\alpha),\quad \dot{A}=A\varepsilon^{j(\omega t+\alpha)}; \tag{8a и b}$$

в таком случае (фиг. 4)

$$\frac{da}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\alpha), \tag{9a}$$

$$\frac{d\dot{A}}{dt}=j\omega A\varepsilon^{j(\omega t+\alpha)}=-\omega A[\sin(\omega t+\alpha)-j\cos(\omega t+\alpha)]. \tag{9b}$$

Отсюда следует

$$\frac{d}{dt}\Re e(\dot{A})=\Re e\left(\frac{d\dot{A}}{dt}\right). \tag{9}$$

Таким образом производная колебания по времени равна вещественной части производной временного вектора по времени.

Подобным же образом посредством интегрирования мы получаем

$$\int a\,dt=\frac{1}{\omega}A\sin(\omega t+\alpha)+C, \tag{10a}$$

$$\int \dot{A}dt=\frac{1}{j\omega}A\varepsilon^{j(\omega t+\alpha)}+C=$$
$$=\frac{1}{\omega}A[\sin(\omega t+\alpha)-j\cos(\omega t+\alpha)]+C, \tag{10b}$$

$$\int \Re e(\dot{A})\,dt=\Re e\left(\int \dot{A}dt\right). \tag{10}$$

Иначе обстоит дело с **умножением** и **делением**. Если мы перемножим по правилам комплексных чисел оба вектора:

$$\dot{A} = A\varepsilon^{j(\omega t+\alpha)} \text{ и } \dot{B} = B\varepsilon^{j(\omega t+\beta)}, \tag{11a и b}$$

то получим выражение

$$\dot{A}\dot{B} = AB\varepsilon^{j(2\omega t+\alpha+\beta)}, \tag{11}$$

определяющее вектор, который вращается с удвоенной круговой частотой и, следовательно, не может быть помещен в общей плоскости с другими векторами, круговая частота которых равна ω.

Если же мы умножим вектор $\dot{A}$ [уравн. (11a)] на постоянную комплексную величину

$$\dot{C} = C\varepsilon^{j\gamma}, \tag{11c}$$

то произведение

$$\dot{A}\dot{C} = AC\varepsilon^{j(\omega t+\alpha+\gamma)} \tag{11'}$$

выражает вектор снова той же частоты. Колебание $\dot{A}\dot{C}$ опережает колебание $\dot{A}$ на время γ/ω и его амплитуда в C раз больше.

Весьма часто встречается комплексная величина вида

$$\varepsilon^{j\gamma} = \cos\gamma + j\sin\gamma. \tag{11d}$$

При умножении на нее она поворачивает вектор или комплексную величину вперед на угол γ (в положительном направлении углов), не изменяя ее значения.

При делении мы тоже должны принимать в соображение, является ли делитель вектором или комплексной величиной.

Написав отношение векторов $\dot{A}$ и $\dot{B}$ [урав. (11a) и (11b)], мы получаем

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{A\varepsilon^{j(\omega t+\alpha)}}{B\varepsilon^{j(\omega t+\beta)}} = \frac{A}{B}\varepsilon^{j(\alpha-\beta)}, \tag{12}$$

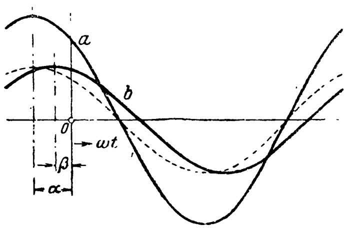
т. е., вообще говоря, комплексную величину, не зависящую от времени. Наоборот, отношение мгновенных значений тех же векторов a и b (см. фиг. 5) в каждый момент времени имеет различную величину. Деление мгновенных значений имеет смысл лишь после того, как одно колебание (например b) передвинуто во времени так, что совпадает по фазе с другим (на фиг. 5 пунктирная линия). По этой причине частное от деления одного синусоидального колебания на другое должно, вообще говоря, быть комплексной величиной. Если мы обозначим, например, через $\dot{A}$ некоторое напряжение, через $\dot{B}$ — некоторый ток, то частное $\dot{A}/\dot{B}$ выражает оператор сопротивления.

С другой стороны, если мы разделим $\dot{A}$ на комплексную величину $\dot{C} = C\varepsilon^{j\gamma}$, то получим

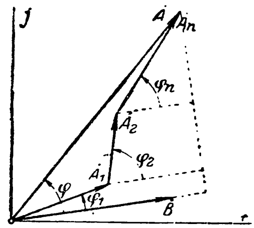
$$\frac{\dot{A}}{\dot{C}} = \frac{A\varepsilon^{j(\omega t + \alpha)}}{C\varepsilon^{j\gamma}} = \frac{A}{C}\,\varepsilon^{j(\omega t + \alpha + \gamma)}, \tag{12'}$$

т. е. вектор той же круговой частоты, но другой величины, другой фазы, а также другой размерности, поскольку комплексная величина имеет определенную размерность.

В заключение этого параграфа мы введем еще два понятия, для которых заимствуем названия из векторного анализа. Пусть мы имеем два вектора $\dot{A}$ и $\dot{B}$ одинаковой круговой частоты. Вещественное выра-



Фиг. 5. К понятию отношения двух векторов.



Фиг. 6. Пояснение понятий внутреннего и внешнего произведения двух векторов.

жение $AB \cos \varphi$, где φ обозначает угол между $\dot{A}$ и $\dot{B}$, мы будем называть **внутренним произведением**, а $AB \sin \varphi$ — **внешним произведением** векторов $\dot{A}$ и $\dot{B}$. Пусть далее (фиг. 6)

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 + \ldots + \dot{A}_n. \tag{13}$$

В качестве внутреннего произведения $\dot{A}$ и $\dot{B}$ мы получаем, как это видно из чертежа,

$$AB \cos \varphi = A_1 B \cos \varphi_1 + A_2 B \cos \varphi_2 + \ldots + A_n B \cos \varphi_n \tag{13a}$$

и подобным же образом, в качестве внешнего произведения

$$AB \sin \varphi = A_1 B \sin \varphi_1 + A_2 B \sin \varphi_2 + \ldots + A_n B \sin \varphi_n. \tag{13b}$$

Если в каком-нибудь контуре тока $\dot{A}$ означает, например, действующее значение напряжения на зажимах, $\dot{A}_1$, $\dot{A}_2 \ldots \dot{A}_n$ действующие значения отдельных ЭДС, а $\dot{B}$ — действующее значение тока, то внутреннее произведение величин $\dot{A}$ и $\dot{B}$ дает нам **баланс активных мощностей** [урав. (13a)], а внешнее их произведение — **баланс реактивных мощностей** [уравн. (13b)].

с. Решение линейных диференциальных уравнений. Рассмотрим линейное диференциальное уравнение второго порядка с постоянными вещественными коэфициентами, правая часть (свободный член) которого представляет собою синусоидальную функцию от времени с круговой частотою ω. С помощью такого диференциального уравнения можно в большинстве случаев описать процессы, происходящие в электрических контурах тока. Это уравнение имеет вид:

$$M\frac{d^2y}{dt^2}+N\frac{dy}{dt}+Oy=P\cos\omega t. \tag{14}$$

Общее решение этого уравнения слагается из вынужденного колебания и свободного колебания.

Сперва рассмотрим вынужденное колебание. Так как мы знаем из математики, что решение приводит нас к синусоидальной функции от времени с круговой частотой ω, то естественна мысль тут же перейти к принятым в комплексном анализе способам начертания. Мы полагаем

$$y=\Re e\left(Y\varepsilon^{j(\omega t+\varphi)}\right)=\Re e(\dot{Y}) \tag{14a}$$

$$P\cos\omega t=\Re e\left(P\varepsilon^{j\omega t}\right)=\Re e(\dot{P}). \tag{14b}$$

Подставляя и принимая во внимание изложенные выше правила, получим выражение

$$\Re e(-\omega^2M\dot{Y})+\Re e(j\omega N\dot{Y})+\Re e(O\dot{Y})=\Re e(\dot{P}) \tag{15a}$$

и из

$$-\omega^2M\dot{Y}+j\omega N\dot{Y}+O\dot{Y}=\dot{P} \tag{15b}$$

непосредственно получается вектор вынужденного колебания

$$\dot{Y}=\frac{\dot{P}}{-\omega^2M+j\omega N+O}. \tag{15}$$

Однако и для получения второй части общего интеграла, для определения свободного колебания, можно, как мы увидим, воспользоваться комплексным методом, хотя этот интеграл, вообще говоря, уже не представляет собою обыкновенного периодического синусоидального колебания. Согласно учению о диференциальных уравнениях, мы получаем свободное колебание, приравняв нулю правую часть урав. (14). В виде решения получается выражение вида

$$y=Y\varepsilon^{-\rho t}\cos(\nu t+\alpha), \tag{16a}$$

причем ρ и ν суть постоянные, которые получаются из диференциального уравнения, между тем как постоянные интегрирования Y и α должны быть определены по предельному условию данного особого случая. Такое затухающее синусоидальное колебание мы тоже можем удобно выразить через временной вектор, написав

$$y=\varepsilon^{-\rho t}\,\Re e\left(Y\varepsilon^{j(\nu t+\alpha)}\right)=\Re e\left(Y\varepsilon^{j(\dot{\mu} t+\alpha)}\right), \tag{16b}$$

где

$$j\dot{\mu} = -\rho + j\nu. \tag{16c}$$

При этом выражение

$$\dot{\mu} = j\rho + \nu \tag{16d}$$

имеет значение комплексной круговой частоты. Таковая частота соответствует, поэтому, затухающему синусоидальному колебанию.

Таким образом, приравнивая нулю правую часть урав. (14) и полагая

$$y = \Re e\,(Y\varepsilon^{j(\dot{\mu}t+\alpha)}) = \Re e\,(\dot{Y}), \tag{17a}$$

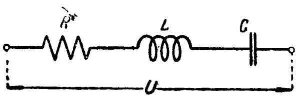
получаем

$$-\dot{\mu}^2 M\dot{Y} + j\dot{\mu}N\dot{Y} + O\dot{Y} = 0, \tag{17b}$$

а отсюда — круговая частота свободных колебаний:

$$\dot{\mu} = \frac{-jN \pm \sqrt{-N^2 + 4MO}}{-2M}. \tag{17}$$

d. Применение комплексного анализа к электрическому контуру тока. Исследуем в отношении вынужденных и свободных колебаний тока представленное на фиг. 7 последовательное соединение активного сопротивления R, индуктивности L и емкости C, на зажимах которого действует синусоидальное напряжение U.



Фиг. 7. Сопротивление R, индуктивность L и емкость C в последовательном соединении.

Найдем сперва вынужденное колебание или решение для установившегося состояния.

Диференциальное уравнение гласит

$$-Ri - L\frac{di}{dt} - \frac{1}{C}\int i\,dt = U\cos\omega t. \tag{18}$$

Полагая

$$i = \Re e\,(\dot{I}) = \Re e\,(I\varepsilon^{j\omega t}), \quad U\cos\omega t = \Re e\,(\dot{U}) \tag{19a и b}$$

путем подстановки получаем

$$-R\dot{I} - j\omega L\dot{I} + \frac{j}{\omega C}\dot{I} = \dot{U}, \tag{19c}$$

а отсюда

$$\dot{I} = -\frac{\dot{U}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}. \tag{19}$$

Урав. (19) выражает формально расширенный закон Ома, в котором вместо омического сопротивления фигурирует кажущееся или полное сопротивление

$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = Z\varepsilon^{j\varphi}, \tag{20}$$

причем

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{20a}$$

и

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \tag{20b}$$

Чтобы определить свободные колебания контура, совершенно не зависящие от извне приложенного напряжения, мы в соответствии с урав. (16b) полагаем

$$i = \Re e\,(I\varepsilon^{j(\dot{\mu}t+\alpha)}) = \varepsilon^{-\rho t}\,\Re e\,(I\varepsilon^{j(\nu t+\alpha)}) \tag{21a}$$

и путем подстановки в урав. (18), положив $U \cos \omega t = 0$ и сократив на $I\varepsilon^{j(\dot{\mu}t+\alpha)}$, получаем

$$-R - j\dot{\mu}L + \frac{j}{\dot{\mu}C} = 0, \tag{21b}$$

откуда

$$\dot{\mu} = j\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}. \tag{21}$$

Из урав. (16d) следует тогда, что если корень веществен, т. е. если

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2: \quad \rho = \frac{R}{2L}, \quad \nu = \pm\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \tag{22a и b}$$

(затухающее синусоидальное колебание), а если корень мним, т. е. если

$$\frac{1}{LC} < \left(\frac{R}{2L}\right)^2: \quad \rho = \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}, \quad \nu = 0 \tag{23a и b}$$

(апериодическое колебание). Соответственно двойному знаку перед корнем в последнем случае имеются два отличных друг от друга свободных колебания, между тем как в первом случае знак перед корнем не имеет особого значения. Если подкоренное выражение случайно равно нулю, то диференциальное уравнение, помимо колебания с круговой частотою $\dot{\mu} = j\frac{R}{2L}$, имеет в виде исключения еще и другое решение вида $i = tA\varepsilon^{-\frac{R}{2L}t}$, не вытекающее из комплексного выражения, которым мы задались для решения.

Изменение i имеет тогда характер, сходный с жирно вычерченной кривой на фиг. 8b [Л 1, § 86].

Если мы в уравн. (19) обозначим через U максимальное значение напряжения, то и I означает максимальное значение тока. Но мы будем впредь под значением временных векторов напряжений и токов понимать действующее (эффективное) значение. При переходе к мгновенным значениям это надо иметь в виду и писать

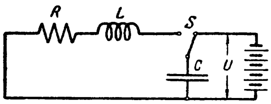
$$u = \Re e\,(\sqrt{2}\,\dot{U}) = \Re e\,(\sqrt{2}\,U\varepsilon^{j(\omega t+\varphi)}) \tag{24a}$$

или

$$i = \Re\mathrm{e}\,(\sqrt{2}\,\dot{I}) = \Re\mathrm{e}\,(\sqrt{2}\,I\varepsilon^{j(\omega t+\psi)}). \qquad (24b)$$

Однако практически эта необходимость будет встречаться редко, ибо все, что надо знать относительно колебания, уже указывает его временной вектор.

Чтобы показать на простом примере, как следует определять постоянные интегрирования в момент включения, допустим согласно фиг. 8, что в момент $t = 0$ конденсатор C, заряженный батареей до напряжения U, начинает разряжаться через сопротивление R и индуктивность L вследствие переброски переключателя S.



Фиг. 8. Разряд конденсатора.

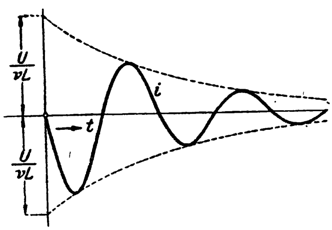
Допустим сперва, что разряд имеет колебательный характер [см. урав. (22а) и (22b)]. Значения комплексной круговой частоты равны тогда по урав. (21)

$$j\dot{\mu}_1 = -\rho + j\nu \quad \text{и} \quad j\dot{\mu}_2 = -\rho - j\nu$$

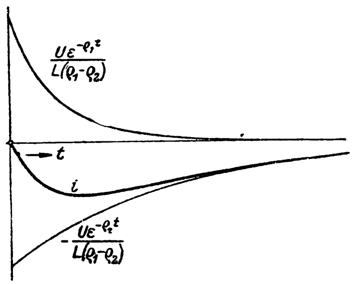
и мы получаем из урав. (21а) мгновенное значение i_f свободного тока, который здесь в то же время выражает общий ток i:

$$i = i_f = \Re\mathrm{e}\,[A_1\varepsilon^{-\rho t}\varepsilon^{j(\nu t+\alpha_1)} + A_2\varepsilon^{-\rho t}\varepsilon^{j(-\nu t+\alpha_2)}] =$$

$$= A_1\varepsilon^{-\rho t}\cos(\nu t + \alpha_1) + A_2\varepsilon^{-\rho t}\cos(-\nu t + \alpha_2) = A\varepsilon^{-\rho t}\cos(\nu t + \alpha). \qquad (25)$$



Фиг. 8а. Колебательный разряд.



Фиг. 8b. Апериодический разряд.

Для определения постоянных A и α мы располагаем, с одной стороны, условием:

$$t = 0, \quad i = 0, \qquad (25a)$$

так что

$$\alpha = \frac{\pi}{2}, \qquad (26a)$$

с другой:

$$t = 0, \quad U = -L\frac{di}{dt}, \qquad (25b)$$

так что

$$A = \frac{U}{\nu L}; \qquad (26b)$$