

Рынин Николай Алексеевич

Начертательная геометрия
Методы изображения

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 82-3
ББК 84-4
Н63

Н63 **Николай Алексеевич Р.**
Начертательная геометрия: Методы изображения / Рынин Николай Алексеевич – М.: Книга по Требованию, 2022. – 102 с.
ISBN 978-5-519-84200-6

ISBN 978-5-519-84200-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2022
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2022

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

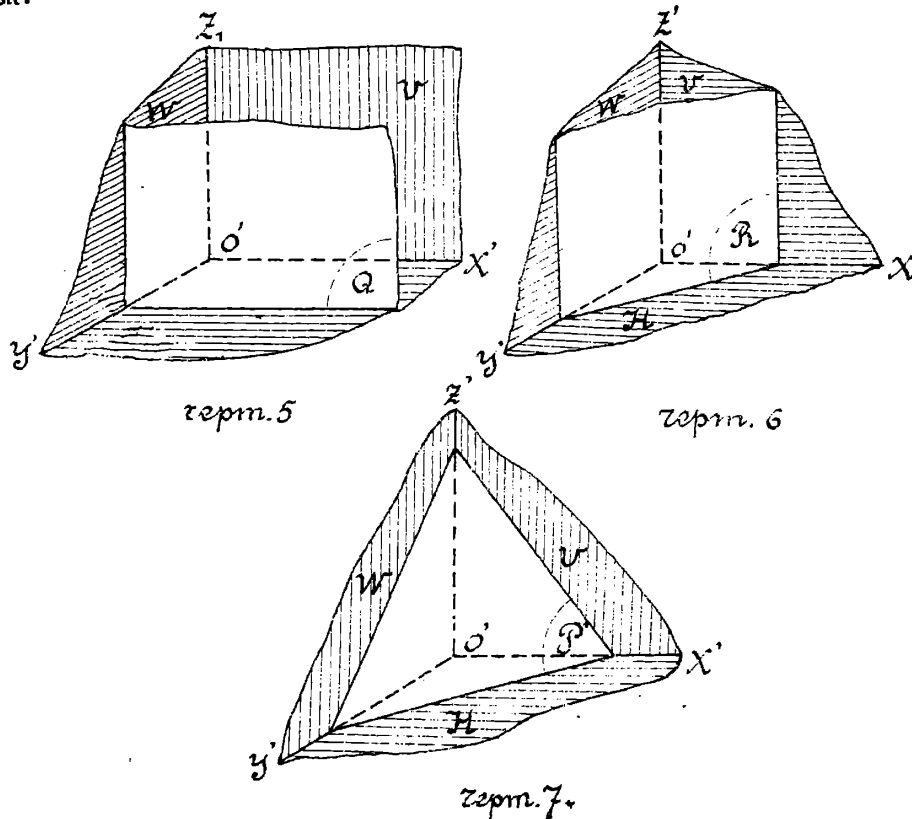
нометрической проекцией точки A , точку a , представляющую проекцию горизонтальной проекции точки A_1 ; на плоскость H , будем называть "вторичной горизонтальной проекцией" точки A_1 ; подобным же образом точка a' есть "вторичная проекция" точки A_1 . Отрезки Oa_0 , a_0a и aA называются аксонометрическими координатами точки A .

Таким же образом мы могли бы спроектировать на плоскость P данную систему точек, определяющих в своей совокупности некоторое тело; тогда мы получили бы аксонометрическую проекцию тела, пользуясь заданием плоскости и направления проектирования. При построении аксонометрических проекций может представиться несколько случаев, в зависимости от того, как расположена плоскость P относительно осей $O'X'$, $O'Y'$ и $O'Z'$ и как расположено направление проектирования относительно плоскости P .

Если направление проектирования перпендикулярно к плоскости аксонометрических проекций ($pp \perp P$), тогда имеем прямоугольную аксонометрическую проекцию; если же направление проектирования наклонно к плоскости аксонометрических проекций ($pp \neq \perp P$), то аксонометрическая проекция называется косугольной. На чертеж 4^б A есть косугольная аксонометрическая проекция точки A_1 .

Различные положения плоскости аксонометрических проекций.

Изследуем теперь положение плоскости аксонометрических проекций относительно плоскостей H, V и W . Здесь мы имеем три основных случая.



- 1) Плоскость аксонометрических проекций расположена параллельно одной из координатных плоскостей (на чертеж 5-омъ плоскость $Q \parallel H$).
- 2) Плоскость аксонометрических проекций параллельна одной из

осей $O'X'$, $O'Y'$, $O'Z'$. (На чертеж 6-м $R \parallel OZ$).

3) Плоскость аксонометрических проекций пересекает все три плоскости или иначе - оси. (На чертеж 7-ом $R \parallel O'X'$, $O'Y'$ и $O'Z'$).

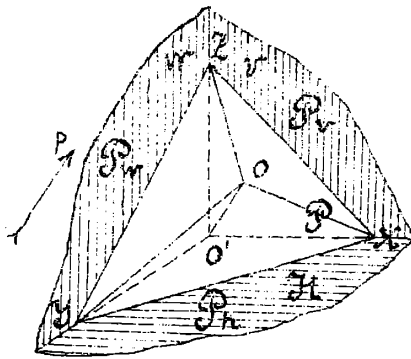
Как будет видно из дальнейшего, наибольшей простотой отличаются построения в проекциях на плоскости параллельной одной из координатных плоскостей, далее следуют построения на плоскости, параллельной одной из координатных осей, и, наконец, наиболее сложным является решение задач на плоскости пересекающей все три координатных оси.

2. Показатели искажения. Аксонометрические масштабы.

Аксонометрическая клетка.

Введем понятие о показателе искажения.

Показателем искажения называется отношение длины аксонометрической проекции какого либо отрезка, параллельного одной из координатных осей, к истинной длине его. На чертеж 8 отношение $\frac{OX}{O'X'}$ есть показатель искажения для направлений параллельных оси $O'Y'$. Обозначим его дробью $\frac{1}{k}$.



черт. 8.

Является возможным приближение к правильной перспективе, при которой лишь очень немногие измерения предмета сохраняют на рисунке истинную свою величину, все же остальные уменьшаются, — их величина меньше единицы и показатель искажения есть правильная дробь. При всякого рода аксонометрических проектированиях возможно избрать показатели искажения, равные друг другу для направлений, параллельных всем трем осям $\frac{1}{k} = \frac{1}{l} = \frac{1}{m}$, тогда имеем *и з о м е т р и ч е с к у ю* проекцию. Если только два показателя равны, например, $\frac{1}{k} = \frac{1}{l}$, — получаем проекцию *д и м е т р и ч е с к у ю*. Наконец, если все показатели различны ($\frac{1}{k} \neq \frac{1}{l} \neq \frac{1}{m}$), — проекция называется *т р и м е т р и ч е с к о й*.

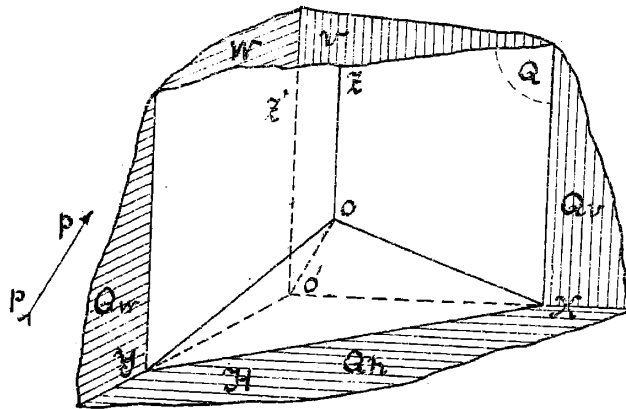
Во только что взятом нами примере (черт. 8) аксонометрического проектирования на плоскость, пересекающую все три оси, в общем случае, при случайном pp , все три показателя неравны; можно достигнуть равенства двух из них, или всех трех. Сделать же равными единицей, подбирая соответственно направление проектирования, возможно только один раз, или, в лучшем случае, — два показателя искажения, например, $\frac{1}{k} = \frac{1}{l} = \frac{1}{m}$. В этом случае спроектируются без искажения только те линии предмета, которые параллельны соответствующим осям, т. е. $O'Y'$ и $O'X'$ или пл. $O'XY'$, линии же, параллельные $O'Z'$, — в аксонометрических проекциях искажаются.

Разсмотрим теперь проектирование на плоскость, параллельную одной из координатных осей (черт. 9), например, $O'Z'$.

Подобным же образом показатель искажения для направлений, параллельных оси $O'Y'$ равен $\frac{OY}{O'Y'} = \frac{1}{t}$ и для отрезков, параллельных оси $O'Z'$, равен $\frac{OZ}{O'Z'} = \frac{1}{u}$. Направление проектирования всегда избирается так, чтобы показатели искажения были или меньше или равны (если это возможно) единице ($\frac{1}{k} \leq 1$). Это делается для того, чтобы увеличить наглядность построения, так как одной из целей аксонометрического проектирования является

увеличить наглядность построения, так как одной из целей аксонометрического проектирования является

Проектируя по направлению PP систему координатных осей $O'X$, $O'Y$ и $O'Z$ на плоскость Q , находим, что направления, параллельные $O'Z$ проектируются без искажения. Таким образом, в общем случае полу-

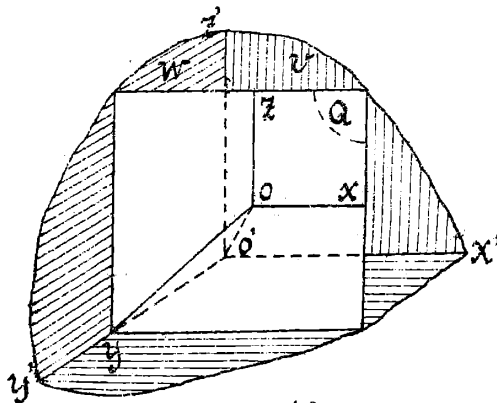


черт. 9.

чается на чертеж только одно из главных измерений проектируемого предмета в истинном его виде, два же других искажаются. Но, выбирая соответственно направление проектирования pp , возможно достичь того, чтобы два и даже все три главных измерения предмета спроектировались без искажения. Последний случай получается тогда, когда направление проектирования парал-

лельно линии, проходящей через начало координатных осей O' и другую точку, на плоскости Q , получаемую вращением треугольника $XO'Y$ до совмещения его с плоскостью Q , точка O , в которую упадет O' и будет искомым точкой. В этом случае проектируются без искажения все прямые, параллельные осям $O'X$, $O'Y$, $O'Z$, а также и все стрелки и углы лежащие в плоскости треугольника $XO'Y$, т.е. в плоскости H .

Наиболее удобным является косоугольное аксонометрическое проектирование на плоскость, параллельную одной из координатных плоскостей (черт. 10). Этот метод, отличающийся простотой построения, позволяет легко переходить от ортогональных проекций к аксонометрическим и обладает большою наглядностью изображения, более всего приближаясь к перспективе. Располагая плоскость аксонометрических проекций параллельно плоскости проекций (V , W или H) мы получаем на изображении все линии и углы, параллельные плоскости проекций без искажений. Решение же всяких задач в этих проекциях значительно проще, нежели при ином расположении плоскости аксо-



черт. 10.

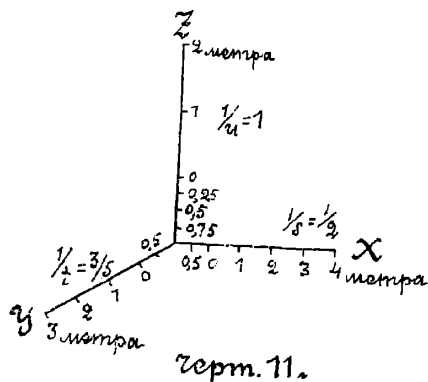
нометрической проекции. В силу этого, такого рода плоскость аксонометрических проекций почти исключительно применяется на практике.

Очевидно, что косоугольные аксонометрические проекции на плоскость, параллельную координатной плоскости всегда являются диметрическими. Если же выбрать направление проектирования так, чтобы и третья ось (черт. 10) ($O'Y = OY$) спроектировалась без искажения, то проекции будут изометрическими.

Для удобства и быстроты построений при откладывании размеров на линиях, параллельных осям координат полезно строить перед началом построения аксонометрических масштабов. На чертеже 11 и 12 показано два типа таких масштабов. На чертеже 11 проведены три линии, параллельные аксонометрическим осям и на них нанесены соответствующие масштабы. Например, истинная длина в 1 сантиметр, параллельная оси OX в аксонометрическом масштабе, при пока-

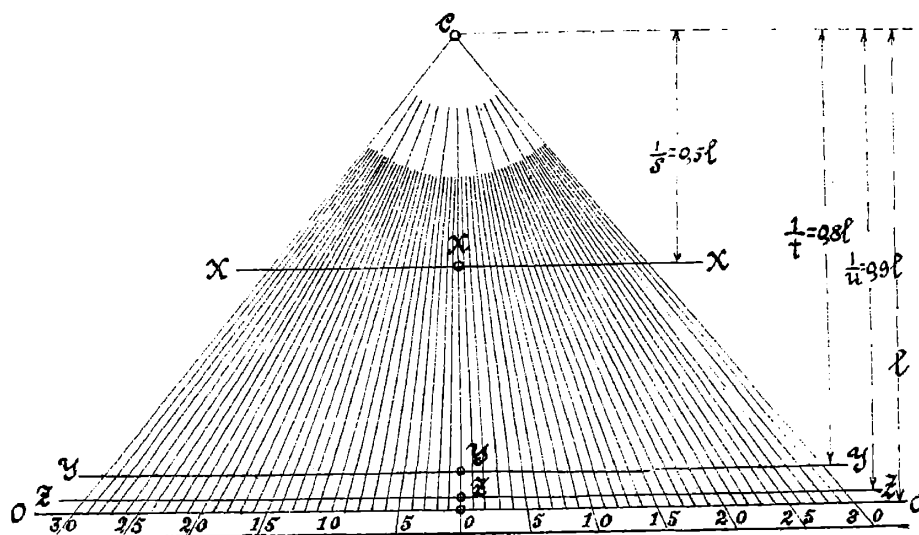
затем искажения $1/s = 1/2$, изобразится отрезком $1/2$ севт. и т. д.

Другой тип масштаба изображен на черт. 12-м. Отложим по линии ОС отрезок определенной длины 1 севт. и далее на той же линии от точки О отложим отрезки $OX = 1/2$ 1, $OY = 1/3$ 1 и $OZ = 1/4$ 1, т. е. те



отрезки в которых спроектировались на плоскости аксонометрических проекций длина 1, если бы она располагалась вдоль соответственной оси координат в пространстве. Проведем через точки О, X, Y и Z четыре взаимно параллельных линий ОО, ХХ, YY и ZZ перпендикулярных к ОС. По линиям ОО построим масштаб, соответствующий показателю искажения равному единице и затем соединим точки его деления с точкой С рядом с лучей. Эти последние в пересечении с линиями ХХ, YY и ZZ дадут соответственные масштабы для направлений, параллельных аксонометрическим осям ОХ, ОY и ОZ.

Иногда для удобства построения ак-



сонометрических чертежей пользуются готовой а к с о н о м е т р и ч е с к о й к л ѣ т ч а т к о й. Так называется бумага разграфленная тремя системами параллельных линий, причем одна линия параллельна оси ОХ аксонометрических проекций, другая - параллельна оси ОY, и третья - оси ОZ.

На черт. 13а показан пример такой клетчатки для аксонометрических изображений на плоскости Q || V. Для такой клетчатки показатели искажения $1/s$ и $1/u$ равны единице. Величина показателя искажения обыкновенно не задается, а определяется из того условия, чтобы известная единица длины укладывалась сколько между имеющимися на чертеже точками пересечения оси ОY с вертикальными или горизонтальными линиями клетчатки. Например, пусть по осям ОХ и ОY - в клеточек соответствующих 1 метру. Стягнем на оси ОY точку в расстоянии к клеточек от оси ОХ и пусть расстояние этой точки до начала О т. е. вдоль оси ОY будет равно 1 метру. Определим, чему при таких усло-

длина будет равна $1/t$.

Так как направление ОУ нам дано, то (а) клетчатка понижения под осью ОХ точку У будет означать (б) клеточки удаления ее от оси ОZ. Длина s очевидно равна

$$s = \frac{k}{a} \sqrt{a^2 + b^2} \dots \dots \dots (1)$$

и $1/t = s/m$. Если же дано не k, а дано 1, т.е. выбрана точка на оси в месте пересечения ее с линией отстоящей на 1 клетку от оси ОZ, то

$$s = \frac{1}{b} \sqrt{a^2 + b^2} \dots \dots \dots (2)$$

и $1/t = s/m$. Пусть, например, (черт. 13б) $m = 2$; $b = 4$; $a = 3$ $k = 1$. Тогда из формулы (1)

$$s = \frac{1}{3} \sqrt{3^2 + 4^2} = \frac{5}{3};$$

$$\frac{1}{t} = \frac{s}{m} = \frac{5}{6}.$$

Если вместо k дано 1 (черт. 13 с), например, 1, то из формулы (2)

$$s = \frac{1}{b} \sqrt{a^2 + b^2}$$

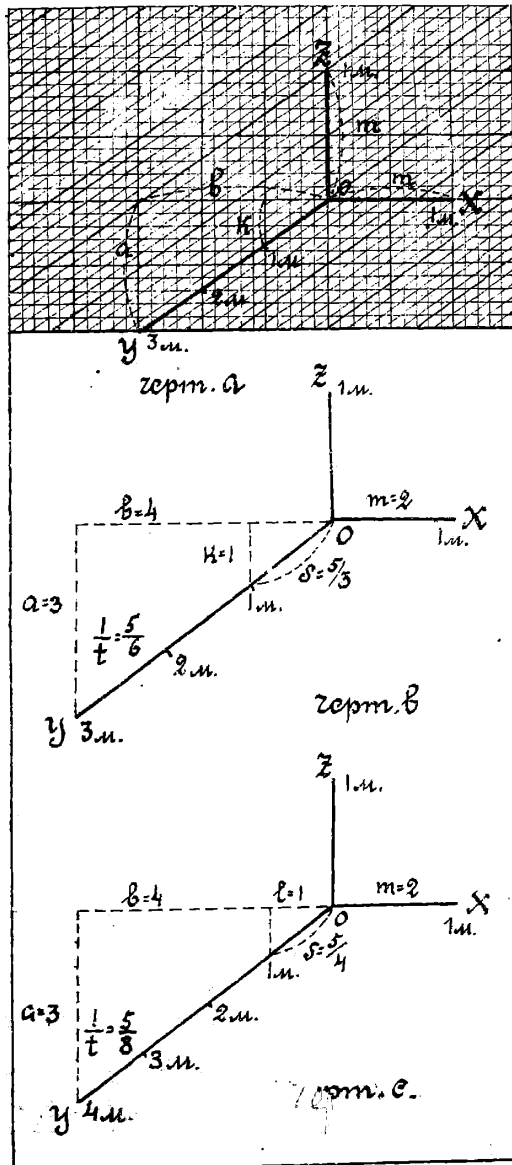
получим:

$$s = \frac{1}{4} \cdot 5;$$

$$\frac{1}{t} = \frac{s}{m} = \frac{5}{8}.$$

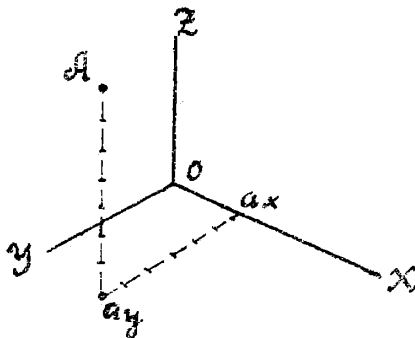
3. Построение изображений в аксонометрических проекциях.

Ранее (черт. 4) было показано, как строится аксонометрическое изображение 1) точки, случайно заданной в пространстве, 2) горизонтальной и вертикальной проекций этой точки и 3) координатных осей, причем точка была задана ее проекциями на V и H. Проследим теперь построение аксонометрической проекции точки А, координаты которой $x = 2$, $y = 6$ $z = 8$. Пусть даны показатели искажения $1/s = 0,8$; $1/t = 0,5$ и $1/u = 0,6$. Пусть черт. 14 представляет аксонометрическую проекцию осей О'Х, О'У и О'Z, полученную проектированием их по направлению О'О на плоскость R, пересекающую оси

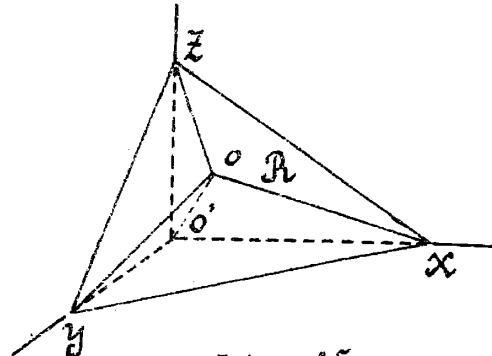


черт. 13.

координат. Чтобы построить проекции точки A , откладываем вдоль оси Ox отрезок $Oa_x = \frac{1}{s} \times x = 0,8 \times 2 = 1,6$. Через точку a_x проводим линию $a_x a_y$, параллельную Oy и откладываем на ней отрезок $a_x a_y = \frac{1}{t} \times y = 0,5 \times 6 = 3$. Через точку a_y проводим линию, параллельную Oz и откладываем на ней отрезок $a_y A = \frac{1}{u} \times z = 0,6 \times 8 = 4,8$;

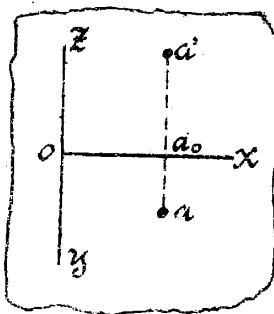


черт. 14



черт. 15

получаем точку A , искомую аксонометрическую проекцию заданной точки. Точка a_y — будет ее вторичная горизонтальная проекция. В большинстве случаев фигуры задаются не численными координатами разных их



черт. 16

точек, а ортогональными проекциями различных их точек, как например, на черт. 16 дана точка A . Тогда для построения аксонометрического ее изображения, при заданных аксонометрических осях и показателях искажения получаем следующим образом: задаемся на оси Ox (черт. 16) случайной точкой O и проводим через нее проекции осей Oz и Oy . Очевидно, что в ортогональных проекциях обе эти линии сольются в одну перпендикулярную к оси Ox . Далее поступаем так же, как и раньше (черт. 14), имея в виду, что по чертежу 16 для точки A $x = oa_x$, $y = a_y a_x$ и $z = a_y a' = a_y a'$. На основании предыдущего вытекает следующее правило построения аксонометрических

изображений каких либо предметов по данным их ортогональным проекциям и при заданных аксонометрических осях и показателях искажения.

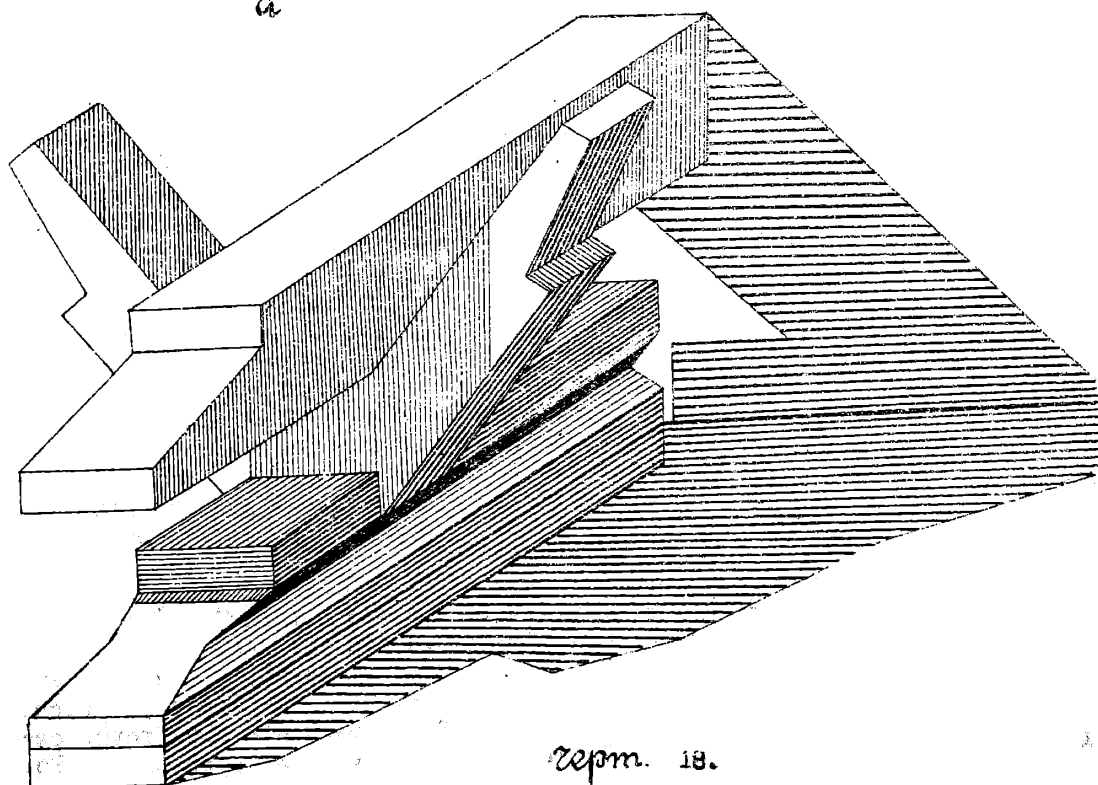
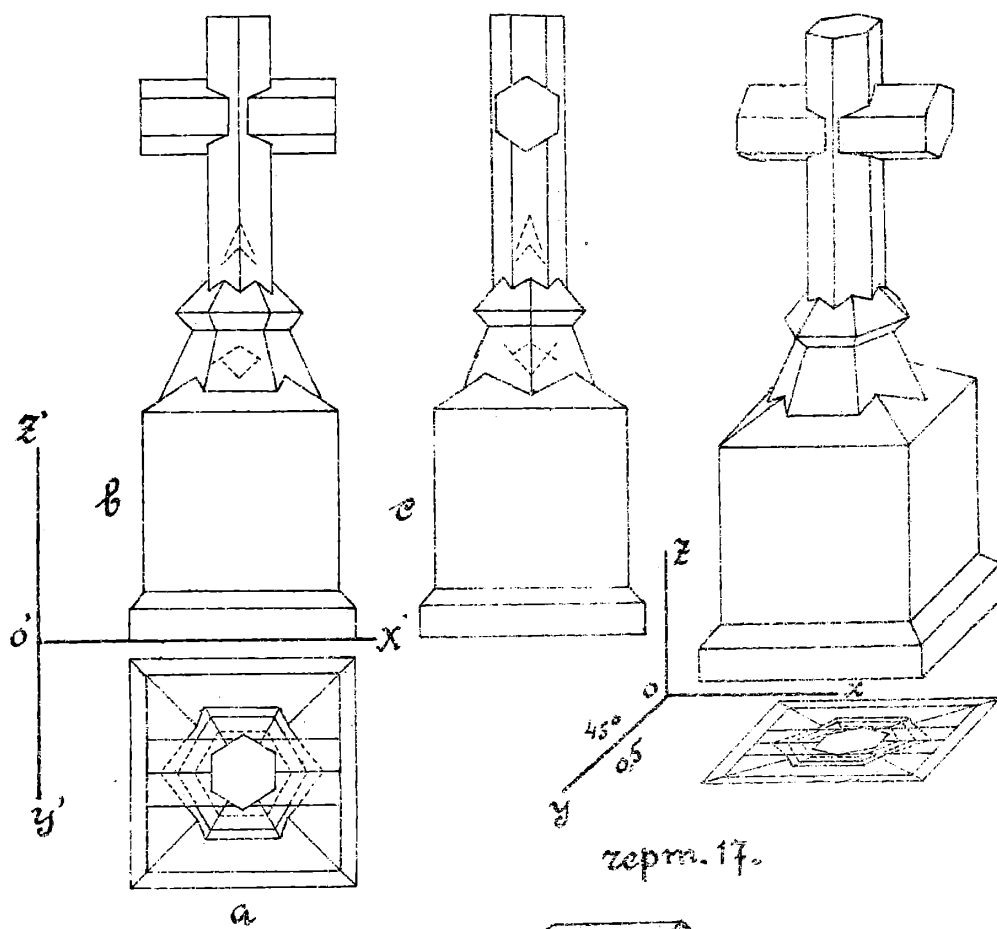
1) Необходимо в ортогональных проекциях задаться началом (0) координат на оси Ox .

2) Построить вторичную горизонтальную проекцию от горизонтальной проекции предмета.

3) Проведя из точек полученной проекции линии, параллельные оси Oz отложить на них соответственные расстояния. Соединяя полученные концы отрезков сплошными (в случае их видимости) или пунктирными (если не видны) линиями получим аксонометрическую проекцию предмета.

На черт. 17 показан пример построения аксонометрического изображения на плоскости $Q \parallel V$ каменного монумента по заданным его ортогональным проекциям (чертежи a , b и c). Даны оси Ox , Oy и Oz и показатель искажения $\frac{1}{t} = 0,5$.

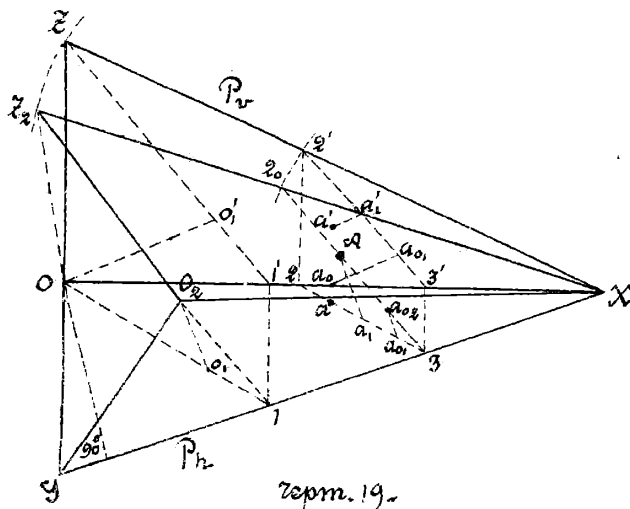
На чертеже 18 показан пример построения аксонометрического построения килля судна с показанием тени заданным ортогональным его проекциям, при чем для наглядности изображения построены также собственные и падающая тени, с которых



речь будет идти ниже.

4. Построение аксонометрических изображений предмета в ортогональных проекциях.

Так как аксонометрическое изображение какого нибудь предмета получается пересечением лучей, проведенных из разных точек предмета параллельно данному направлению проектирования, с заданной плоскостью аксонометрических проекций (черт. 4), то все эти построения можно сделать в ор-



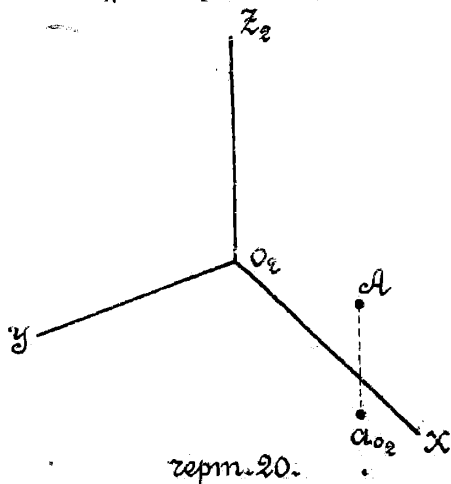
черт. 19.

тогональных проекциях и затем, совмещив плоскость аксонометрических проекций с плоскостью чертежа, получить искомое аксонометрическое изображение предмета.

Построим подобным образом аксонометрическую и вторичную горизонтальную проекцию точки A (a, a') и осей на плоскость P, заданную следами P_v, P_h в ортогональных проекциях (черт. 19). Дано также направление проектирования OO_1 проекциями OO_1', OO_1'' . Принимаем точку O за начало координат и проводим через нее оси OZ и OY до пересечения со следами P_v

P_h в точках Z и Y.

Проектируем теперь по данному направлению на плоскость P точки O, A и a и находим пересечение соответственных лучей с плоскостью P. Луч OO_1



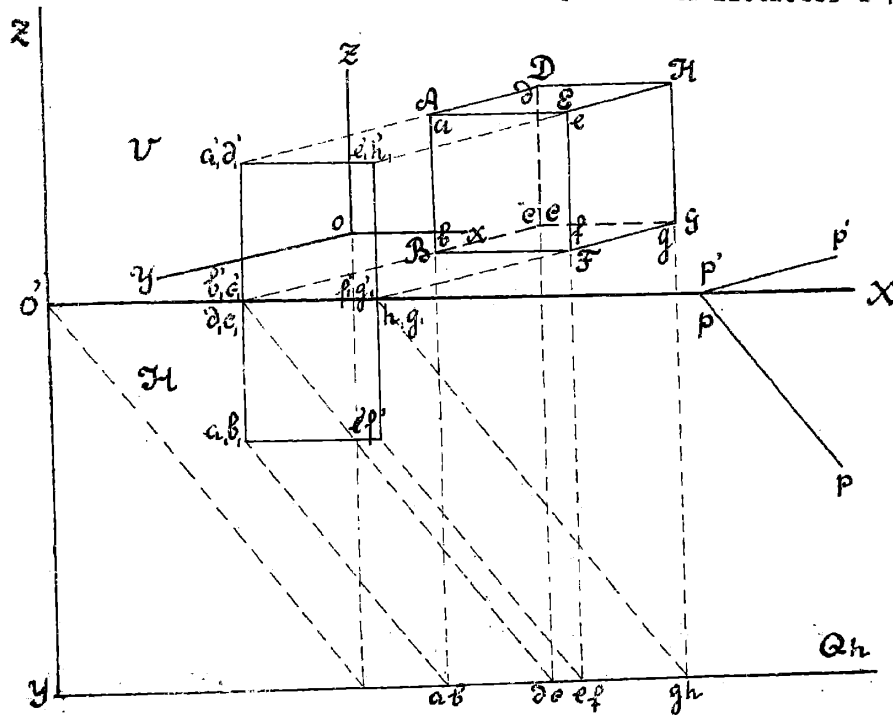
черт. 20.

перескачет P в точке O_1O_1' , которая и будет началом аксонометрических координат. Луч $a'a_1'$, aa_1 перескачет P в точке a_1, a_1' , которая будет аксонометрической проекцией точки A. Луч a_0a_0', aa_0 перескачет P в точке a_0, a_0' - которая будет вторичной горизонтальной проекцией точки A. Теперь, для получения истинной фигуры аксонометрического изображения достаточно совместить P с H вращением P около следа P_h . Не описанная здесь подробно построений, которые известны из части I курса начертательной геометрии (ортогональные проекции) заметим, что точка Z_1 , совмещенное положение точки Z, получится пересечением двух линий OZ_1 к P_h и дуги ZZ_1 радиуса ZX при центре X.

Совмещенное положение линии O_1Z будет линия O_1Z_1 , проходящая через точки Z_1 и 1. Точка O_1 получится пересечением линий Z_11 с O_1O_1' к P_h . Соединяя Y и X с O_1 , получим аксонометрические оси координат. Засекая линией Z_1X дугой из центра X радиуса Z_1Y , получим точку Z_0 . Линия Z_03 даст совмещенное положение линии, на которой лежат точки A и a_0 - аксонометрическая и вторичная горизонтальная проекция точки a'a. Эти точки определяются пересечением линий Z_03 с a_1A и $a_0,1a_0$ перпендикулярными к P_h .

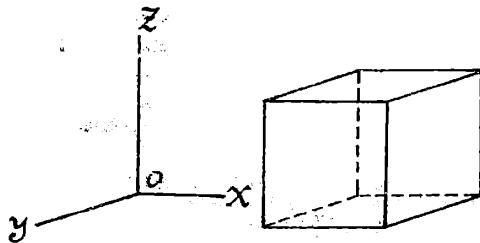
Полученные линии и точки для наглядности перенесены на черт. 20, при чем ось O_2Z_2 приведена в вертикальное положение.

На черт. 21 показан другой, более простой примѣръ построения въ ортогональных проекциях аксонометрическаго изображения на плоскость $Q \parallel V$.



черт. 21.

Данъ кубъ проекціями его на V и H , задано какое либо направление проектированія pp проекціями его $p'p'$ и pp , плоскость аксонометрическихъ проекцій Q , параллельная V задана слѣдомъ ея Qh . Пользуясь этими заданіями построимъ аксонометрическую проекцію куба на Q . Чтобы построить проекціи вершинъ куба на плоскость Q , проведемъ изъ нихъ прямыя $\parallel pp$ до пересѣченія съ Q . Для этого надо замѣтить точки пересѣченія слѣда плоскости Qh съ линіями, проведенными изъ горизонтальныхъ проекцій вершинъ куба на H — $a_1, b_1, c_1, d_1, e_1, f_1, g_1, h_1$ параллельно горизонтальной проекціи направленія проектированія pp . Возстановляемъ изъ полученныхъ точекъ перпендикуляры до пересѣченія ихъ съ линіями, проведенными изъ точекъ $b'_1, c'_1, d'_1, e'_1, f'_1, g'_1$ параллельно вертикальной проекціи направленія аксонометрическаго проектированія $p'p'$; найденныя точки покажутъ намъ положеніе вершинъ куба въ аксонометрической проекціи ихъ на плоскость Q . Соединяя точки A, B, C, D, E, F, G, H , — получаемъ аксонометрическую проекцію куба $ABCDEFGH$ на плоскость Q . Въ данномъ случаѣ мы получили проекцію диметрическую, т.е. безъ искаженія проектируются только измѣренія параллельныя двумъ главнымъ измѣреніямъ напимѣръ AB и AE . На черт. 22 для ясности indicated результаты построеній:



черт. 22.

Отъ насъ зависитъ избрать направленіе проектированія pp такъ, чтобы въ аксонометрической проекціи куба всѣ три его измѣренія имѣли бы истинную ихъ величину; тогда мы имѣли бы изометрическую проекцію.

Переходимъ теперь къ изложенію метода аксонометрическаго проектирова-

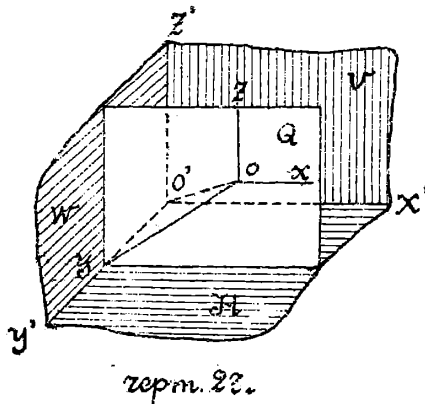
нія на плоскостях, займаючи різні положення относительно координатних плоскостей, іменно, паралельну двом осям координат ($Q \parallel V$), одній осі ($Q \parallel OX$) і пересікаючу всі три осі (P).

II. КОСОУГОЛЬНИЙ АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЙ ПРОЕЦИН НА ПЛОСКОСТЬ,

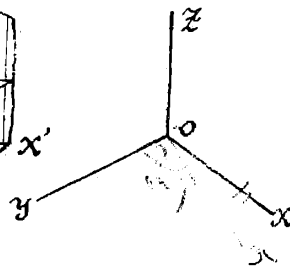
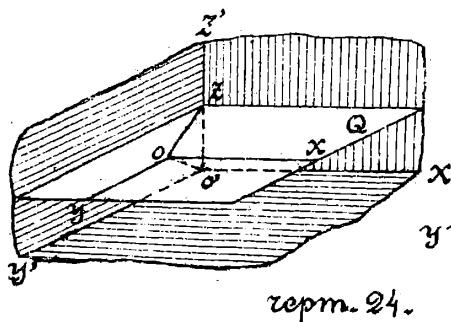
ПАРАЛЛЕЛЬНУ ДВУМЪ КООРДИНАТНЫМЪ ОСЯМЪ.

1. Расположение плоскости проекций. Кавальерная и военная перспектива.

Плоскость аксонометрических проекций, параллельная двум координатным плоскостям (в дальнейшем мы будем обозначать такую плоскость буквой Q), может занимать следующие два характерных положения в пространстве: она может быть вертикальна, т.е. параллельна V (или W), черт. 23. Этот случай аксонометрического проектирования носит название *кавальерной перспективы*.



Чертежи 17 и 18 представляют изображения именно в кавальерной перспективе. Если плоскость аксонометрических проекций Q располагается параллельно H (черт. 24), а направление проектирования наклонено к Q под углом 45° , то этот вид изображения носит название *военной перспективы*, так как часто применяется для изображения военных сооружений. На черт. 25 в виде примера показано изображение здания в военной перспективе.



Особенностью этих изображений является то, что горизонтальная проекция изображаемого предмета проектируется на плоскость Q без искажения. Равным образом и высоты предмета проектируются без искажения. Иными словами проекция эти

является и *ометрической*.

2. Выбор показателей искажения, направления проектирования и др. элементов.

Достоинство того или иного способа проектирования определяется двумя качествами: удобоизмеримостью чертежа и наглядностью изображаемого предмета. Условием удобоизмеримости является *безискажаемость* в проекции линий и плоскостей, составляющих проектируемую фигуру. При проектировании основных предметов со многими различно направленными