

**Д. Бернулли**

**Гидродинамика, или записки о силах и  
движениях жидкостей**

**Классики науки**

**Москва  
«Книга по Требованию»**

УДК 53  
ББК 22.3  
Д11

Д11 **Д. Бернулли**  
Гидродинамика, или записки о силах и движениях жидкостей: Классики науки / Д. Бернулли – М.: Книга по Требованию, 2023. – 550 с.

**ISBN 978-5-458-32877-7**

В 1738 вышла в свет знаменитая работа Даниила Бернулли "Гидродинамика, или Записки о силах и движениях жидкостей (Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii)", в которой сформулированы основы механики жидкости. В этом сочинении Бернулли впервые ввел понятия работы и коэффициента полезного действия, представил уравнение стационарного движения идеальной жидкости (уравнение Бернулли), изложил идеи кинетической теории газов.

**ISBN 978-5-458-32877-7**

© Издание на русском языке, оформление  
«YOYO Media», 2023  
© Издание на русском языке, оцифровка,  
«Книга по Требованию», 2023

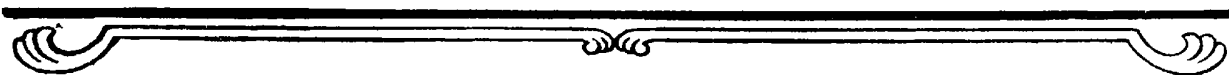
Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.





## О Г Л А В Л Е Н И Е

Стр.

Предисловие . . . . . 9

### Ч а с т ь   п е р в а я

являющаяся вступлением и содержащая в себе различные предварительные замечания . . . . . 11

### Ч а с т ь   в т о р а я

в которой речь идет о покоящихся жидкостях и об их равновесии как по отношению друг к другу, так и по отношению к другим силам . . . . 35

### Ч а с т ь   т р е т ь я

О скоростях жидкостей, вытекающих из любым образом устроенного сосуда через любое отверстие . . . . . 54

### Ч а с т ь   ч е т в е р т а я

О различных временах, которые могут быть затрачены на вытекание воды 95

### Ч а с т ь   п я т а я

О движении вод из постоянно заполненных сосудов . . . , . . . . . 133

### Ч а с т ь   ш е с т а я .

О движении жидкостей, движущихся внутри сосудов, не вытекая из них, и в особенности о колебаниях жидкостей . . . . . 161

### Ч а с т ь   с е д ь м а я

О движении вод в погруженных сосудах, где главным образом на примерах показывается, сколь замечательно полезно начало сохранения

живых сил даже в тех случаях, когда следует считать, что кое-что из этих сил теряется . . . . .	179
-------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### Часть восьмая

О движении жидкостей, как однородных, так и неоднородных, через сосуды неправильной и прерывистой формы, где на основе теории живых сил, часть которых постоянно поглощается, изъясняются преимущественно особые явления жидкостей, выбрасываемых через весьма многие отверстия, причем предпосылаются общие законы для определения повсюду движения жидкостей . . . . .	203
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### Часть девятая

О движении жидкостей, выбрасываемых не собственной тяжестью, а посторонней силой, преимущественно о гидравлических машинах с наивысшей, какая лишь может существовать, степенью их совершенства . . . . .	231
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### Часть десятая

О свойствах и движениях упругих жидкостей, в особенности воздуха	282
------------------------------------------------------------------	-----

### Часть одиннадцатая

О жидкостях, приведенных в состояние вихря, а затем о жидкостях, которые содержатся в движущихся сосудах . . . . .	342
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### Часть двенадцатая

в которой излагается новая статика движущихся жидкостей, которую я называю гидравлико-статикой . . . . .	359
----------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### Часть тринадцатая

О реакции жидкостей, вытекающих из сосудов, об измерении эффекта, который можно отсюда получить для навигации, и вместе с тем изложение новой теории определения давления вытекающих жидкостей на плоскости, на которые они попадают . . . . .	389
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

---

# ПРЕДИСЛОВИЕ



Наконец, выходит в свет наша «Гидродинамика»<sup>[1]</sup>, после того как были преодолены все препятствия, задержавшие ее напечатание в течение почти восьми лет; возможно, что ей и не привелось бы увидеть света, если бы вся эта работа прилась исключительно на мою долю. Я охотно объявляю, что главнейшая часть этой работы обязана руководству, замыслам и поддержке со стороны Петербургской Академии наук. Повод для написания этой книги дало постановление Академии, в котором первых профессоров, собравшихся для ее создания, обязали и затем определенно побуждали, чтобы они писали рассуждения на какую-нибудь полезную и, насколько возможно, новую тему. Всякий легко согласится с тем, что теория о силах и движениях жидкостей, если только она не создана против воли Минервы<sup>[2]</sup>, не является ни бесполезной, ни тривиальной. Для того чтобы рассеять скуку у читателя, я подверг рассмотрению разнообразные вопросы, в особенности в последних пяти частях, а также включил примеры аналитические, физические, механические, как теоретические, так и практические, некоторые геометрические, мореходные, астрономические и иные. Введение таких примеров представляется мне не только допустимым, но прямо вытекающим из существа предпринятой работы. Беспристрастный и сведущий в этих вопросах читатель легко исправит ошибки, которые могли проскочить при спешке. Настоящая моя работа преследует единственную цель: принести пользу Академии, все усилия которой направлены к тому, чтобы содействовать росту и общественной пользе благих наук.





---

# ГИДРОДИНАМИКИ

## ЧАСТЬ ПЕРВАЯ



**являющаяся вступлением и содержащая в себе различные  
предварительные замечания**

§ 1. Так как теория жидкостей состоит из двух частей, из которых одна, гидростатика, рассматривает давление и различные случаи равновесия покоящихся жидкостей, а другая, гидравлика, рассматривает движения жидкостей. то обычно писатели трактуют их отдельно; но я нашел, что они связаны между собой столь тесной связью, что каждая из них очень нуждается в помощи со стороны другой, и я не усумнился их соединить, поскольку этого требует порядок вещей, под более общим названием гидродинамики<sup>[3]</sup>. Хотя теория жидкостей непрерывно разрабатывалась уже с древнейших времен, тем не менее она не получила значительного развития. Действительно, познания древних математиков ограничивались тем, что они понимали общее равновесие покоящихся жидкостей или твердых тел и жидкостей, в которых тела пребывают, о чем писал Архимед. И так как сверх того само по себе ясно, что там, где нет равновесия, возникает движение в направлении места меньшего давления, то, исходя из этого, древние математики сумели придумать различные игрушки и гидравлические машины, отлично служившие частью для увеселения, частью для общественных нужд, и в этом деле они действительно оказались весьма изобретательными. Они представляли себе также, хотя не совсем ясно, те движения, которые вызываются давлением воз-

духа. Однако об истинных причинах явлений и точных измерениях в области гидравлических вопросов они ничего не знали и, таким образом, оставались почти на пороге науки.

§ 2. Для определения движения жидкостей служило главным образом вытекание воды из сосуда через очень малое отверстие. Хотя от внимания Фронтин[<sup>4</sup>] и других полностью не ускользнуло, как некоторые это полагают, что скорость вод, вытекающих из сосуда или из водоема, растет при увеличении высоты воды над местом вытекания, тем не менее нельзя отрицать того, что тот же Фронтин при исчислении коэффициентов расхода вод допустил постыдные и грубые ошибки. Бенедикт Кастелли[<sup>5</sup>] первый размышлял о связи между скоростями и высотами, но он предположил неправильный закон, полагая, что обе они следуют одному и тому же отношению. Наконец, Торичелли[<sup>6</sup>] заметил, что скорости растут в отношении квадратных корней из высот, за ним последовали все. Правда, к соглашению об абсолютной мере скорости еще не пришли, но поставили опыты, которые, как полагали, определяют указанную меру; из них обычно больше всего ссылаются на опыт, который был произведен Гульельмином[<sup>7</sup>] и затем восемь раз был повторен, хотя он сильно расходится с другими опытами, выполненными с этого времени; но все опыты, проводимые при неодинаковых обстоятельствах, обычно расходятся между собой, и не всегда оказывается надежным судить о скорости воды по количеству ее, вытекающему за определенное время через определенное отверстие; более подробно мы скажем об этом в надлежащем месте. Если мы произведем расчет Гульельминова опыта, о котором мы только что упомянули, то на основании количества воды, вытекшей через данное отверстие в течение заданного времени, пришлось бы заключить, что скорость ее была не выше той, которая соответствует четвертой части высоты поверхности воды над отверстием. У того же автора имеются и другие опыты, изложенные во второй книге, предл. 1, «Измерений текущих вод». Согласно этим опытам, вытекающая вода могла бы со своей скоростью подняться на две трети высоты уровня воды над отверстием. У Мариотта[<sup>8</sup>] и у других

DANIELIS BERNOULLI JOH. FIL.

MED. PROF. BASIL.

ACAD. SCIENT. IMPER. PETROPOLITANÆ, PRIUS MATHESEOS  
SUBLIMIORIS PROF. ORD. NUNC MEMBRI ET PROF. HONOR.

# HYDRODYNAMICA,

SIVE

DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM  
COMMENTARIUM.

OPUS ACADEMICUM

AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET,  
CONGESTUM.

*Bibliotheca Mathematica*

*ad Clementem*

*Libr. Collegij S. J.*  
*1749*



ARGENTORATI,

Sumptibus JOHANNIS REINHOLDI DULSECKERI,

Anno M D CC XXXVIII.

Typis JOH. HENR. DECKERI, Typographi Basiliensis.

Титульный лист «Гидродинамики» Д. Бернулли.

ДАНИИЛА БЕРНУЛЛИ, сына Иоганна  
*проф. мед. в Базеле,*  
*ранее ордин. проф. высшей математики, ныне члена и почетн.*  
*проф. имп. Петербургской Академии наук*

# ГИДРОДИНАМИКА

ИЛИ

## ЗАПИСКИ О СИЛАХ И ДВИЖЕНИЯХ ЖИДКОСТЕЙ

*Академический труд, составленный автором  
в период пребывания его  
в Петербурге*

Страсбург  
ИЗДАНИЕ ИОГАННА РЕЙНГОЛЬДА ДУЛЬЗЕККЕРА  
1738

---

В типографии Иоганна Генриха Деккера, Базельского типографа

имеются опыты, которые говорят в пользу половины высоты. Несмотря на различие оцененных таким образом скоростей, я уверен, что истинные скорости едва ли отличаются друг от друга, если их отнести к соответственным высотам воды, и что повсюду они были приблизительно такими, какие соответствуют всей высоте. Но те многочисленные опыты, которые были упомянуты последними и которые на первый взгляд говорят как будто в пользу половины высоты, без сомнения побудили Ньютона, мужа бессмертного по своим заслугам, создать теорию, по которой вода, поднимающаяся вертикально вверх из сосуда через очень малое отверстие, может подняться на половину высоты воды, покоящейся в сосуде, хотя это утверждение и противоречит всем опытам, произведенным непосредственно для определения этих высот. Эту теорию он изложил в первом издании «Математических начал естественной философии»<sup>[9]</sup>, выведя ее из давления, приводящего в движение воду, которая находится перед самым отверстием и как раз должна выйти наружу. Но так как существо дела не всегда позволяет *a priori* определить силу, побуждающую воду к вытеканию, а скорее о ней можно составить себе представление иным путем, а именно на основании явлений движения, т. е. *a posteriori*, в чем я неоднократно убеждался, то рассуждение, основанное на указанном положении, внушает подозрение. Во втором издании своего труда прославленный муж изменил свое мнение, а затем несколько изменил его и в третьем издании, утверждая, что вода поднимается, конечно, на всю высоту, но образуемая ею струя перед отверстием<sup>[10]</sup> сжимается или утончается, удовлетворяя таким образом как явлению скорости, так и явлению количества вытекающей за заданное время воды, которые, как казалось, находились во взаимном противоречии. Но хотя нельзя отрицать того, что упомянутое выше сжатие водяной струи является истинной причиной, вследствие которой нельзя о скорости вытекающей воды судить на основании ее количества, тем не менее я полагаю, что нельзя строить теории, основываясь на явлении сжатия, так как оно является случайным, не везде постоянным, между тем как скорость изменяется

лишь от постоянных причин, как трение, вязкость воды и иных, им подобных<sup>[11]</sup>. Так, если вода вытекает не через простое отверстие, а через цилиндрическую трубку, то струя заметно не сжимается и скорость сохраняется, за исключением того, что у нее отнимается вследствие трения. Если же кто-нибудь, несмотря на это, полагает, что течение воды можно правильно и надежно вывести из давления, то я попрошу его обратить внимание на более сложные случаи, например на истечение вод из сосуда, разделенного с помощью некоторой перегородки с просверленным в ней отверстием на две полости, заполняемые водою, так что воду заставляют протекать через два отверстия. Это движение, которое Марриотт назвал удивительным, описано им в превосходном трактате «О движении вод» (часть IV, стр. 442).

§ 3. При указанных выше обстоятельствах всякий легко сам рассудит, насколько мало остается надежды на то, чтобы когда-нибудь законы движения жидкостей были сведены к законам чистой геометрии без какой-либо физической гипотезы, если на самом пороге их изучения они ускользнули от прозорливости мужа всесильного и несравненного по своим способностям; я и не думаю, чтобы то, что я собираюсь изложить в настоящей работе, обладает всей строгостью математических рассуждений. Начала настоящей теории являются физическими, и не без некоторого преувеличения их следует считать приблизительно верными; но если принять эти начала, то все станет геометрическим, не нуждающимся в каких-либо ограничениях и связанным между собой необходимой связью. Но я не могу не быть хорошего мнения об этих физических положениях, к которым я случайно пришел, так как они навели меня на открытие множества новых свойств, относящихся как к равновесию, так и к движению жидкостей, которые, если только меня не вводит в заблуждение пристрастие к предпринятой работе, когда-нибудь чрезвычайно подвинут вперед гидродинамику, если их разработают больше, чем это удалось мне. Так как многим все новое обычно представляется сомнительным, здесь будет уместно отметить, что я продумал всю теорию, написал трактат и большую часть его в част-