

Э.Ф.Беккенбах

**Современная математика для
инженеров**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Э1

Э1 **Э.Ф.Беккенбах**
Современная математика для инженеров / Э.Ф.Беккенбах – М.: Книга по Требованию, 2012. – 500 с.

ISBN 978-5-458-28998-6

Книга „Современная математика для инженеров“ содержит ряд статей по различным вопросам математики, важным с точки зрения приложений к механике, физике, технике. В составлении книги участвовали многие крупные американские математики. Наряду с классическими разделами в ней рассмотрены также и новые области математики, представляющие живой интерес для инженерной практики. В частности, в книге значительное место уделено вероятностно-статистической и вычислительной проблематике (теория предсказания, теория игр, теория динамического планирования и др.). Основная цель книги — расширить математический кругозор инженера. Книга будет полезна инженерам-теоретикам разных специальностей, студентам старших курсов и аспирантам технических вузов, преподавателям математики в технических вузах. Изложение ряда вопросов представляет интерес и для научных работников-математиков.

ISBN 978-5-458-28998-6

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2012

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2012

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА РУССКОГО ПЕРЕВОДА

Бурный рост техники, свидетелями которого мы являемся, требует от инженеров все более глубокой математической подготовки. Инженер в наши дни должен не только уметь практически решать задачи, укладывающиеся в традиционные рамки, но также формулировать и решать совершенно новые задачи, требующие применения новых математических методов.

По этим причинам математический кругозор инженера в современных условиях должен постоянно расширяться. Именно эту цель и преследует настоящая книга.

Написанная при участии многих крупных американских математиков, она выгодно отличается от известных книг подобного рода как общим замыслом, так и тем, что в ней наряду с классическими разделами рассмотрены также и новые области математики, представляющие живой интерес для инженерной практики. В частности, в книге значительное место уделено вероятностно-статистической и вычислительной проблематике (теория предсказания, теория игр, теория динамического планирования и др.).

Предлагаемую книгу ни в какой степени нельзя считать учебником. В ней дан обзор основных идей и методов тех направлений современной математики, которые теснее других связаны с прикладными областями. Конечно, в ней не могли быть охвачены все интересные направления, но все же многие отрасли математики освещены в достаточной мере широко. В подборе материала и характере изложения существенно отражены личные научные интересы и точки зрения авторов, и это обстоятельство придает книге дополнительный интерес.

Следует сказать, что не все главы книги написаны с одинаковой обстоятельностью. Авторам лучше удалось классические разделы, которые составляют первую часть книги. Во второй и третьей частях, которые посвящены сравнительно новым областям математики, наряду, например, с главой о динамическом планировании, отличающейся большой методичностью и полнотой, имеются главы, написанные весьма бегло и схематично.

Для чтения книги нужно иметь подготовку по высшей математике по крайней мере в объеме программы вузов, однако не

все разделы читаются одинаково легко. Отдельные главы могут читаться независимо друг от друга.

В русское издание не включены две главы: „Функциональные преобразования в технических расчетах“, написанная Дж. Бэрнсом, и „Прикладная математика и исследование операций“, написанная Д. Кингом. При этом редакция учитывала, что первая из указанных глав в основном представляет собой обзор книги М. Гарднера и Дж. Бэрнса „Переходные процессы в линейных системах“ (Гостехиздат, 1949), известной советским читателям, а также, что по материалу этой главы имеется много доступной литературы на русском языке. Вторая же глава, на наш взгляд, написана столь бегло, что читателю трудно будет составить по ней впечатление о новой и важной отрасли науки, которой она посвящена. Интересующихся этой отраслью мы можем отослать к книге Ф. Морса и Дж. Е. Кимбела „Методы исследования операций“, недавно вышедшей в русском переводе (Советское радио, 1956).

При редактировании перевода существенную помощь оказали В. А. Диткин (прочитавший главы, написанные Л. Пайпсом и Ч. Томпкинсом), А. М. Яглом (по главе, написанной Н. Винером), и В. С. Владимиров (по главе, написанной Дж. Брауном). В редактировании всего текста книги участвовал Б. В. Боярский. Всем этим лицам я приношу искреннюю благодарность.

И. Н. Векуа.

К ЧИТАТЕЛЮ

Современная техника основывается как на научных экспериментальных и теоретических исследованиях, так и на опыте инженерной практики. Промежуток времени между научным открытием и техническим использованием в последние годы чрезвычайно сократился, поэтому инженеру больше чем когда-либо раньше необходимо быть в курсе значительных открытий в областях математики и физики.

Преследуя эту цель, технические отделения Калифорнийского университета совместно с научными отделениями организовали серию лекционных курсов по современной физике, математике и химии для сотрудников, студентов и аспирантов с тем, чтобы ознакомить их с научными достижениями. Каждый курс состоит из ряда лекций, составленных профессорами Калифорнийского и других университетов.

Нам доставляет удовольствие поделиться с читателем на страницах этой книги ценным опытом, собранным в серии лекций „Современная математика для инженеров“.

БОЛДУИН М. ВУДС,
Л. М. К. БЁЛТЕР,
МОРРОУ П. О'БРИЕН,

*Калифорнийский университет,
Лос-Анжелес, Беркли.*

ПРЕДИСЛОВИЕ

В то время как в Калифорнийском университете в Лос-Анжелесе проводился общедоступный курс лекций по современной физике для инженеров, имевший большой успех, была начата работа над соответствующим курсом лекций по математике под общим руководством Л. М. К. Бёлтера, декана Инженерного колледжа, и Клиффорда Белла, профессора математического факультета.

Организационный Комитет был составлен из сотрудников Калифорнийского инженерного колледжа и математического и физического факультетов в Лос-Анжелесе, Инженерного колледжа и математического факультета в Беркли, Лаборатории „Согопа“ Национального бюро стандартов, Испытательного центра морских ракет в Пойнт-Мугу, Калифорния, Испытательной станции военно-морского флота в Чайна-Лейк, Международной телеметрической корпорации и, наконец, авиационных компаний Валти, Дуглас, Хьюз и Локхид.

Комитет поставил своей целью организовать курс лекций, которые познакомили бы инженеров и специалистов, занятых исследованиями, проектированием и административной работой, с быстрым развитием прикладной математики — развитием, происшедшим в основном вследствие требований современного инженерного планирования и проектирования и сделавшимся возможным благодаря современным достижениям математики и статистики, а также благодаря развитию быстродействующих моделирующих устройств и цифровых вычислительных машин с чрезвычайно большими возможностями. Огромный успех курса в значительной степени обязан тщательности, с которой Комитет выбрал темы и лекторов.

Многие детали, связанные с этим курсом, были умело разрешены К. Беллом и Дж. К. Диллоном. Курс читался не только в Калифорнийском университете в Лос-Анжелесе, но также в Лаборатории „Согопа“ Национального бюро стандартов и под руководством Ч. Б. Моррея в Калифорнийском университете в Беркли. Кроме того, многие лекции были повторены перед многочисленными аудиториями в Сан-Диего и на Испытательной станции военно-морского флота в Чайна-Лейк. Общее число слушателей составило около 1000 человек.

Подобно курсу „Современная физика для инженеров“ (и будущему курсу „Современная химия для инженеров“), компания Мак Гроу-Хилл публикует указанные лекции в виде книги, с одной

стороны, как дополнительный материал, связанный с аналогичными курсами других институтов, с другой стороны — как книгу, имеющую самостоятельный интерес для специалиста-инженера в любой научной или технической области.

Как это обычно бывает в книгах по прикладной математике, каждая из глав затрагивает как математическую формулировку физических проблем (в общем случае рассмотренных, например, в § 5.2), так и конструктивные методы решения. Подобная система изложения принята и в настоящей книге, причем расположение глав соответствует тому, преобладает ли первый или второй из указанных аспектов. Классическая прикладная математика опирается в основном на дифференциальное и интегральное исчисления. В последнее же время (как указано во введении) все чаще встречаются понятия теории случайных процессов, применяемые как при математической постановке, так и при решении прикладных физических и социологических задач. В соответствии с этим центральная часть книги составлена из глав, в которых большое внимание уделяется теоретико-вероятностным задачам.

Книга, таким образом, разделяется на три части. В первой, озаглавленной „Математические модели“, последовательно рассматриваются физические проблемы, выраженные с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений, интегральных уравнений и дифференциальных уравнений с частными производными. Во второй части („Теоретико-вероятностные задачи“) излагаются динамическое программирование, операционные задачи техники и использование вероятностных методов. Наконец, в третьей части („Методы вычислений“) основное внимание обращено на численные решения; как и в книге „Современная физика для инженеров“, в заключительных главах рассмотрены быстродействующие вычислительные устройства.

Эдвин Ф. Беккенбах.

ВВЕДЕНИЕ

РОЙЯЛ УЭЛЛЕР

*Центр по испытанию управляемых снарядов ВМС
Пойнт-Мугу, Калифорния*

Книга под названием „Современная математика для инженеров“ требует некоторых пояснений. Нижеследующие главы основываются на предпосылке, что современная инженерная практика все больше становится наукой и все меньше ремеслом и требует благодаря этому привлечения более совершенного математического аппарата.

Для большинства инженеров математика есть средство для получения результата. Этим результатом обычно является числовой ответ, хотя более тонкое и менее привычное применение математики можно найти при исследовании аналогий, при оценке применимости некоторых гипотез и т. п. Во многих случаях численные ответы, получаемые рядовым инженером, могут быть найдены с помощью простых арифметических формул. В случае успеха это удовлетворяет рядового инженера и не заставляет его искать более сложные математические методы. Однако, особенно в последние годы, все чаще возникают задачи, не поддающиеся решению с помощью столь простых формул. Чем это вызвано?

Один из ответов на этот вопрос характерен для авиационной промышленности, хотя и не ограничивается ею. Требование к эффективности самолетов приводит к проектированию по принципу „равной прочности“. Ни одна деталь не должна быть слишком тяжелой. Ни одна деталь не должна быть недостаточно прочной. Поэтому необходимо очень точно вычислять напряжения. Однако простые арифметические формулы сводят вычисление напряжений к грубым оценкам, кроме случаев очень простых геометрических форм. Становится необходимым расширить математическое исследование конструктивной схемы, чтобы охватить такие факторы, как сопротивление упругим деформациям, флаттер и концентрация напряжений. Необходимость эффективного проектирования заставила инженеров-самолетостроителей освоить более тонкие методы анализа и вычислений.

Второй ответ на поставленный вопрос мы находим в сложности современных технических систем. Примером может служить система автоматического управления огнем зенитной артиллерии. В нее входит

радарная установка, автоматически следящая за самолетом и дающая информацию о его курсе и скорости. Эти данные вводятся в счетно-решающее устройство, которое предсказывает будущее положение самолета и определяет азимут и угол возвышения батареи, необходимые для его поражения. Орудия наводятся и производят стрельбу с помощью сервосистемы, управляемой по данным счетно-решающего устройства.

Подобные системы не могут рассматриваться просто как совокупность элементарных компонент. Их надо рассматривать как серию функциональных устройств, каждое из которых производит некоторое преобразование над своей входной величиной. В результате этого преобразования должна получиться требуемая входная величина для следующего функционального устройства.

При исследовании подобных систем приходится сталкиваться с передаточными функциями, импедансами и устойчивостью по отношению к различным возмущающим функциям. Для проведения необходимых вычислений требуется знакомство с дифференциальными уравнениями, функциональными преобразованиями, матрицами и временными рядами.

Применение математики необходимо также при рассмотрении статистического характера физических явлений. Специалисты по естественным наукам с давних пор пользуются статистическими методами вследствие крайней сложности изучаемых ими систем, а также невозможности учесть действие многих переменных факторов. С другой стороны, в прошлом инженеры занимались главным образом детерминированными проблемами. Однако усложнение систем при развитии техники все чаще приводит к рассмотрению скорее стохастических, нежели детерминированных явлений. В примере упомянутой выше системы автоматического управления огнем счетно-решающее устройство выбирает *наиболее вероятное* будущее положение цели. Если обслуживающий инженер желает эксплуатировать подобную систему, он должен иметь в запасе те части, выход из строя которых *наиболее вероятен*. При определении боеспособности результатом является математическое ожидание уничтожения цели. Все это — характерные термины математической теории вероятностей. Вообще, можно считать, что при экспериментальном исследовании поведения системы необходимо учитывать наличие производственных допусков, различие в поведении материалов, различие мнений экспериментаторов и разнообразие ожидаемых условий работы. Подобные соображения сводят опытные испытания к рассмотрению вероятностей. Недостаточное понимание этого факта инженерами, возможно, объясняется тем, что литература по приложению математики к изучению случайных явлений изобилует примерами из сельского хозяйства и биологии, ничего не говорящими инженеру. Таков ответ на поставленный вопрос.

К сказанному добавим следующее:

После второй мировой войны выяснилось, что многие вопросы, часто решавшиеся интуитивно, а также на основании некоторых предвзятых мнений или „здорового смысла“ — на самом деле поддаются количественному исследованию. В частности, если удается сопоставить числа возможным результатам различных способов выполнения операции, то иногда возможно выбрать аналитически наилучший способ.

Изучение указанного круга вопросов получило название „анализа операций“. Решение подобных задач требует привлечения различных математических методов, большинство из которых относится к теории вероятностей. В более развитых областях — например, в операционном программировании — могут оказаться необходимыми обширные познания основ математики.

Во многих случаях инженерной практики обнаруживается необходимость дать числовой ответ на задачу, не допускающую точной формулировки. Например, требуется указать напряжение вблизи отверстия произвольной формы, градиент электрического поля между электродами произвольной формы или скорость течения струи в трубе произвольного поперечного сечения. Трудность заключается в слове „произвольный“, которое в математическом смысле означает „неаналитический“. Простые решения для задач подобного рода существуют лишь в тех случаях, когда эти задачи могут быть выражены через разделяющиеся координаты. Например, контур зуба шестерни не выражается через разделяющиеся координаты и точное значение напряжения в нагруженном зубе поэтому не выражается в простой аналитической форме. Подобная трудность может быть преодолена несколькими способами. Можно, например, рассматривать зуб шестерни как консольную балку и пренебречь серьезной неточностью подобного допущения. С другой стороны, можно получить решение с помощью ряда последовательных приближений, которые приведут к ответу с любой наперед заданной точностью. В этой прикладной области используются так называемые „релаксационные“ и „итерационные“ методы и, вообще, замена дифференциальных уравнений конечно-разностными. Подобная методика применима к задачам с произвольными граничными условиями. Особый интерес к приближенным вычислениям связан с необычным развитием цифровых счетно-решающих устройств в послевоенное время. Подобные устройства в основном представляют собой быстродействующие арифметические машины и обычно работают лишь при условии, что желаемый результат может быть получен путем сложения и вычитания чисел. Они хорошо приспособлены к численным приближениям, вычислению конечных разностей и подобным операциям и решают задачи, чрезмерно утомительные при использовании более медленных способов вычислений.

Просматривая оглавление, можно увидеть много разветвлений тематики, указанной в этом введении. Хорошо представлена, как

с теоретической стороны, так и в части приложений, математика случайных явлений. В ряде глав рассматриваются задачи преобразования и техника их решения. Значительное внимание обращено на численное решение различных типов дифференциальных уравнений.

В заключение необходимо отметить, что в настоящее время обстановка благоприятствует более тесной связи между техникой и математикой. Новые достижения техники требуют расширения математической подготовки; новые достижения математики оказываются хорошо соответствующими требованиям современной техники. Более тесному сближению этих двух мощных дисциплин и посвящена настоящая книга.