

Рынин Николай Алексеевич

**Значение начертательной
геометрии и сравнительная
оценка главнейших ее методов**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
Н63

Н63 **Николай Алексеевич Р.**
Значение начертательной геометрии и сравнительная оценка главнейших ее методов /
Рынин Николай Алексеевич – М.: Книга по Требованию, 2025. – 97 с.

ISBN 978-5-519-84201-3

ISBN 978-5-519-84201-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2025
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2025

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Значеніе Начертательной Геометріи и сравнительная оцѣнка главнѣйшихъ ея методовъ.

«Нѣтъ истины болѣе несомнѣнной, болѣе независимой отъ всѣхъ другихъ, менѣе нуждающейся въ доказательствахъ, чѣмъ то, что все существующее для познанія, т. е. весь этотъ міръ, является только объектомъ по отношенію къ субъекту, воспринимаемъ для взирающаго—короче говоря, представленіемъ».

Артуръ Шопенгауэръ «Міръ какъ воля и представленіе».

«Мы видимъ не самыя тѣла, а лишь ихъ проекціи».

Предметъ Начертательной Геометріи.

Начертательная Геометрія по своему характеру и методамъ занимаетъ особенное положеніе среди другихъ наукъ.

Она стоитъ на границѣ между областію точныхъ наукъ и областію фантазіи. Прилагая къ ней законы математики и геометріи, можно достигъ великихъ открытій, польза которыхъ для человѣчества будетъ велика; съ другой стороны Начертательная Геометрія есть могущественное орудіе, которое даетъ живописцу, скульптору, декоратору средство производить удивительные эффекты въ своихъ произведеніяхъ. Далѣе она является наивысшимъ средствомъ для развитія той таинственной и мало поддающейся изученію точными науками способности человѣческаго духа, которая зовется *воображеніемъ*, и которая является ступенью къ другой царственной способности — *фантазіи*, безъ которой почти не совершаются великія открытія и изобрѣтенія.

Сколько наукъ она обнимаетъ, и гдѣ только она не примѣняется! Инженеръ не можетъ обойтись безъ знанія ея. Она нужна ему при проектированіи, для созданія въ умѣ его и на чертежѣ образа того сооруженія, которое позднѣе возникнетъ въ дѣйствительности; живописцу нужна она для того, чтобы правильно выразить перспективу предметовъ и изобразить ихъ

такъ, какъ они представляются въ дѣйствительности. нашему глазу ¹⁾).

Безъ знанія Начертательной Геометріи скульпторъ не можетъ точно намѣтить очертаній того созданія, которое должно возникнуть изъ грубаго безформеннаго камня. Математикъ и геометръ при знаніи Начертательной Геометріи получаютъ болѣе реальное и конкретное представленіе объ изучаемыхъ ими формахъ и имѣютъ возможность дѣлать болѣе общіе и широкіе выводы.

Не мало можно встрѣтить людей, какъ представителей точной науки, такъ и представителей искусства, которые сомнѣваются въ важности и въ необходимости изученія этой науки. Нѣкоторые даже говорятъ такъ: «Мы сами не изучали этой науки, а, слава Богу, выстроили не мало большихъ и даже извѣстныхъ сооружений». Но это напоминаетъ мнѣ слова купца въ одной изъ пьесъ Островскаго. Купецъ не желаетъ отдавать своего сына въ ученье и говоритъ: «я самъ, слава Богу, нажилъ и деньги и домъ, а никакимъ наукамъ не обучался».

Живописцы, не отрицая необходимости изученія перспективы—отдѣла Начертательной Геометріи—представляющаго въ сущности развитіе лишь одной изъ задачъ ея, очень часто не имѣютъ представленія о томъ могучемъ орудіи и о тѣхъ замѣчательныхъ эффектахъ, которыхъ они могли бы достигнуть; зная ее болѣе. Напримѣръ законы распредѣленія тѣней, полутѣней, блестящихъ точекъ, отраженія и преломленія свѣта а, главное, правильное воспроизведеніе или начертаніе этихъ эффектовъ на картинѣ—все это составляетъ предметъ изученія Начертательной Геометріи.

Намъ съ изумленіемъ пришлось узнать, что недавно, при обсужденіи вопроса объ основаніи одного высшаго техническаго учебнаго заведенія въ С.-Петербургѣ однимъ изъ извѣстныхъ инженеровъ былъ поднятъ вопросъ объ исключеніи Начерта-

¹⁾ Напримѣръ, въ Третьяковской картинной галлерей въ Москвѣ намъ пришлось видѣть небольшія картины Ѳ. Толстого съ изображеніемъ ягодъ: кистей смородины, винограда и т. п. Ягоды покрыты каплями росы и производятъ полную иллюзію настоящихъ, такъ что для прочности впечатлѣнія хочется невольно дотронуться до нихъ рукою. Такая удивительная иллюзія достигнута замѣчательно правильнымъ изображеніемъ тѣней, полутѣней, блестящихъ точекъ и въ особенности отраженія окружающихъ предметовъ на блестящей поверхности ягодъ.

тельной Геометріи совершенно изъ программы предметовъ этого заведенія, и только по счастливой случайности ей отведено незначительное время, хотя и меньшее, чѣмъ гдѣ либо въ другихъ учебныхъ заведеніяхъ Россіи и заграницей.

Такое отношеніе къ этой наукѣ можно объяснить лишь тѣмъ, что она едва насчитываетъ за собою одно столѣтіе, какъ она вылилась въ строго научную форму. Раньше же она подъ такимъ названіемъ не существовала, а былъ извѣстенъ лишь цѣлый рядъ правилъ не классифицированныхъ и не систематизированныхъ. Напримѣръ были извѣстны нѣкоторые законы перспективы, знали, какъ строить планы и фасады, даже разрѣзы предметовъ. Понадобился гениальный умъ Монжа (1799 г.), чтобы объединить многіе изъ этихъ правилъ, привести ихъ въ систему и создать курсъ Начертательной Геометріи, который составляетъ основаніе и, такъ сказать, центръ современнаго положенія этой науки въ смыслѣ наибольшаго приложенія ея въ технику. Однако Монжъ и не предвидѣлъ той обширной сферы приложенія и того громаднаго развитія ея, какого она достигла въ настоящее время. Достаточно указать на фототопографію, стереоскопію, стереографію и другіе отдѣлы, въ которыхъ знаніе Начертательной Геометріи играетъ громадное значеніе. Наконецъ возникъ совершенно новый отдѣлъ ея «Аксонометрія», позволяющій строить на чертежѣ изображенія предметовъ, почти приближающіяся къ перспективнымъ.

Вопреки установившемуся обычаю давать прежде всего опредѣленіе науки, изученію которой посвящается какое либо сочиненіе, мы отступаемъ отъ этого правила и даемъ таковое опредѣленіе нѣсколько позднѣе.

Причиною этого является то обстоятельство, что не только въ Россіи авторами разныхъ сочиненій по Начертательной Геометріи, терминъ этотъ понимался далеко не всегда одинаково, но даже и въ разныхъ странахъ, въ разныя эпохи и разными авторами давались различныя опредѣленія содержанію и объему этой науки. Достаточно указать названіе этой науки на разныхъ языкахъ, чтобы увидѣть разницу въ этихъ опредѣленіяхъ. Напримѣръ, на французскомъ языкѣ «Géométrie Descriptive» буквально значитъ «Описательная Геометрія». Такой же смыслъ имѣетъ и англійское названіе «Descriptive Geometry». На нѣмецкомъ языкѣ эта наука носитъ названіе «Darstellende Geometrie», что означаетъ геометрія изображенія, представленія,

описанія. На болгарскомъ языкѣ ее называютъ «Дескриптивной» ¹⁾. На русскомъ языкѣ ей даютъ названіе: описательная ²⁾ графическая ³⁾ и начертательная.

Мы остановимся на названіи «Начертательная Геометрія» и постараемся показать, насколько оно соответствуетъ содержанію и объему этой науки.

Для этого обратимся къ тѣмъ опредѣленіямъ Начертательной Геометріи, которыя въ разные времена давались ей разными учеными.

Всѣ эти опредѣленія можно раздѣлить на слѣдующія пять главныхъ группъ.

1) «Начертательная геометрія имѣетъ задачею изобразить на плоскости, имѣющей лишь два измѣренія, геометрическія тѣла трехъ измѣреній» ⁴⁾.

2) «Начертательная геометрія есть наука о проеціяхъ» ⁵⁾.

3) «Начертательная геометрія есть наука показывающая, какъ изображать пространственныя тѣла на плоскости и выводить слѣдствія изъ взаимнаго расположенія и формы тѣлъ» ⁶⁾.

4) Начертательная геометрія имѣетъ своимъ предметомъ изображеніе тѣлъ и рѣшеніе задачъ въ пространствѣ посредствомъ ихъ проецій на извѣстныхъ плоскостяхъ ⁷⁾.

¹⁾ Шоурекъ «Дескриптивная Геометрія».

²⁾ Соннэ «Начала Начертательной Геометріи».

³⁾ Ващенко-Захарченко «Проективная Геометрія».

⁴⁾ А. В. Шоурекъ: «Лекція по Дескриптивной Геометріи». Софія, 1893, стр. 1.

П. И. Межеричеръ, «Элементарный курсъ Начертательной Геометріи». С.-Петербургъ, 1904, стр. 1.

Потье, «Основаніе Начертательной Геометріи» 1849, стр. 1.

А. И. Зеленинъ, «Краткое руководство Начертательной Геометріи». Крившадтъ, 1870, стр. 1.

Соннэ, «Главнѣйшія начала Начертательной Геометріи». Москва, 1878, стр. 661.

Е. Martin et Pernot «Géométrie cotée», Paris 1903.

⁵⁾ А. Х. Редеръ, «Лекціи Начертательной Геометріи». С.-Петербургъ, 1871.

⁶⁾ W. Fiedler «Die Darstellende Geometrie».

⁷⁾ Е. Девиль «Фотографическая съемка со включеніемъ основаній начертательной геометріи и перспективы». С.-Петербургъ 1897 г.

Къ этому опредѣленію подходитъ также и опредѣленіе даваемое С. Савичемъ въ курсѣ «Начертательная Геометрія» С.-Петербургъ, 1904 г. стр. 3.

«Цѣль Начертательной Геометріи — дать возможность всякое по-

5) Начертательная геометрія преслѣдуетъ двѣ задачи: во первыхъ, какъ *геометрическая* наука она изучаетъ свойства геометрическихъ тѣлъ, поверхностей и линій; во вторыхъ, какъ *начертательная* геометрія, она излагаетъ методы изображенія геометрическихъ предметовъ и въ этомъ отношеніи подраздѣляется на ученіе объ ортогональныхъ проекціяхъ, аксонометрію и перспективу; эти три метода основаны на общемъ принципѣ коллинеаціи ¹⁾.

Различные ученые своими сочиненіями въ различной степени отвѣчаютъ этимъ опредѣленіямъ. Одни обращаютъ главное вниманіе на способы изображенія тѣлъ ²⁾. Другіе—отдають предпочтеніе изученію свойствъ и зависимости формы тѣлъ отъ ихъ положенія ³⁾. Наконецъ третьи, отказываясь почти отъ такого изученія свойствъ и зависимости формы тѣлъ отъ ихъ положенія, присоединяють указаніе на воспитательное значеніе Начертательной Геометріи въ смыслѣ развитія нашего воображенія ⁴⁾.

Слѣдуетъ замѣтить, что различные авторы въ своихъ сочиненіяхъ не вполнѣ придерживаются содержанія даннаго ими понятія о Начертательной Геометріи, или выходя изъ его рамокъ или суживая эти рамки. Напримѣръ А. Редеръ въ своемъ прекрасномъ сочиненіи «Лекція по Начертательной Геометріи»

строеніе въ пространствѣ замѣнить построеніемъ на плоскомъ чертежѣ; для этого необходимо умѣть при данномъ построеніи въ пространствѣ указать построеніе на плоскости, точно изображающее построеніе въ пространствѣ, и обратно, по построенію на плоскости возстановить построеніе трехъ измѣреній» и ранѣе говорятъ:

«Появленіе Начертательной Геометріи вызвано практическими потребностями».

¹⁾ К. Купфферъ «Начертательная Геометрія». Рига 1898 г.

²⁾ G. Monge, «Géométrie descriptive». An. VII. Paris, (1799 г.).

Я. А. Севастьяновъ, «Основанія Начертательной Геометріи». С.-Петербургъ, 1834.

J. de la Gournerie «Traité de Géométrie descriptive». Paris, 1873.

И. Сомовъ, «Начертательная Геометрія». С.-Петербургъ, 1862.

Н. Макаровъ, «Начертательная Геометрія». С.-Петербургъ, 1896.

Ch. Wiener, «Lehrbuch der Darstellenden Geometrie». Leipzig, 1884, и мн. дрыіе.

³⁾ W. Fiedler, «Die Darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage». Leipzig, 1883 и Staudt «Geometrie der Lage», 1847.

⁴⁾ J. Pillet, «Géométrie Descriptive». Paris, 1899.

В. Курдюмовъ, «Курсъ Начертат. Геометріи». С.-Петербургъ, 1895.

А. Польшау, «Начала Начертательной Геометріи». Сумы, 1901.

(1871 г.), хотя и даетъ вышеуказанное опредѣленіе Начертательной Геометріи, какъ науки о проекціяхъ, однако, разсматриваетъ вопросы даже во многихъ случаяхъ шире, нежели другіе авторы, которые дали болѣе полное опредѣленіе. Одни авторы, общая «выводъ истинъ, опредѣляемыхъ формами и взаимнымъ расположеніемъ тѣлъ», что по существу дѣла относится къ области проективной геометріи, этого почти не дѣлаютъ ¹⁾. Другіе, въ сочиненіяхъ по Начертательной Геометріи разсматриваютъ многіе вопросы относящіеся къ области проективной геометріи ²⁾.

Исходя изъ этихъ опредѣленій, изъ содержанія большинства курсовъ Начертательной Геометріи, изъ самого значенія слова «начертать», т. е. изобразить чертой, и изъ желанія по возможности отдѣлить область вопросовъ, относящихся къ проективной геометріи отъ вопросовъ, которыми должна заниматься Начертательная Геометрія, мы даемъ ей слѣдующее опредѣленіе: Начертательная Геометрія есть наука, въ которой, при помощи методовъ проекцій, излагаются способы:

а) съ извѣстной степенью точности *изображать* на любой поверхности или даже въ пространствѣ пространственныя тѣла,

б) *опредѣлять* при помощи такихъ изображеній геометрическіе элементы, находящіеся въ пространствѣ по величинѣ, формѣ и по положенію,

в) *рѣшать* графически особыми приемами различныя задачи, относящіеся къ сказаннымъ величинамъ ³⁾.

При этомъ слѣдуетъ еще добавить, что изученіе начертательной геометріи является лучшимъ средствомъ развитія нашего воображенія; а безъ достаточно развитого воображенія немислимо никакое серьезное техническое творчество, т. е. про-

¹⁾ G. Monge, въ своемъ соч. «Géométrie Descriptive», стр. 5, говорить такъ: «Le second objet (de Géom. Descr.) est de donner la manière de reconnoître d'après une description exacte les formes des corps, et d'en déduire toutes les vérités qui resultent et de leur forme et de leurs positions respectives».

²⁾ Ch. Wiener, «Lehrbuch der Darst. Geom.».

³⁾ Свѣдѣнія объ условіяхъ и о характерѣ задачъ можно найти въ слѣд. сочиненіяхъ:

Н. А. Рыницъ, «Сборникъ задачъ по Начертательной Геометріи». С.-Петербургъ 1905 г.

М. Дешевой, «Задачи по Начертательной Геометріи». С.-Петербургъ.

Ф. Ж. «Exercices de Géométrie descriptive». Tours 1893.

эктирование. На это важное значеніе указывали Монжъ, Польшау, Курдиомовъ, Пилле. Послѣдній, напримѣръ, заключаетъ предисловіе къ своему прекрасному труду «Géométrie Descriptive» (1894 г.) такими словами: «Et je pense que la meilleure méthode, quoi qu'on en dise, pour arriver à faire comprendre la géométrie descriptive, se résume en ces mots: «Faire voir dans l'espace» ¹⁾.

Ридлеръ въ своемъ сочиненіи «Машиностроительное черченіе» ²⁾ указываетъ на необходимость развивать способность воображенія и представленія формъ и укрѣплять зрительную память. Говоря о важности обученія черченію, онъ замѣчаетъ, что графическое изображеніе, какъ средство выраженія, и представленіе формъ, какъ дѣятельности ума, стоятъ въ такомъ же точно отношеніи другъ къ другу, какъ рѣчь къ мысли; гдѣ послѣдняя отсутствуетъ, не поможетъ никакое краснорѣчіе, и указываетъ на Начертательную Геометрію, какъ на науку, способствующую развитію способностей воображенія и умственного представленія. Далѣе онъ говоритъ, что надлежащее развитіе этихъ способностей должно быть отнесено къ задачи средней школы; въ высшей же школѣ слѣдуетъ продолжать лишь ихъ развитіе.

Нѣкоторые писатели указываютъ на необходимость рѣшать геометрическія задачи для развитія фантазіи ³⁾, которую опредѣляютъ какъ высшую степень способности воображенія. Приходится пожалѣть, что они не указывали при этомъ на Начертательную Геометрію, какъ на могучее средство для развитія воображенія.

Предметъ Проективной Геометріи.

Что же касается до того, чтобы открывать различныя истины, которыя можно постигнуть а) на основаніи пространственныхъ формъ тѣлъ и ихъ относительнаго положенія ⁴⁾ б) на основаніи

¹⁾ И я полагаю, какъ бы тамъ не говорили, что лучший способъ дать понятіе о Начертательной Геометріи, заключается въ смыслѣ фразы «Видѣть въ пространствѣ» (умозрительно).

²⁾ А. Ридлеръ: „Машиностроительное черченіе“, переводъ съ нѣмец. Москва, 1902 г.

³⁾ В. Кирпичевъ, «Значеніе фантазіи для инженеровъ». Кіевъ, 1903.

⁴⁾ G. Monge «Géom. Descript.» стр. 5.

проективных¹⁾ свойствъ формъ²⁾ или с) разрѣшать различные теоретическіе вопросы геометріи³⁾ въ самомъ общемъ смыслѣ, то это слѣдуетъ предоставить проективной и аналитической геометріямъ.

Названіе «Проективная Геометрія» принято нами, по примѣру Гремона⁴⁾, потому, что другіе терминъ «Высшая Геометрія», «Новая Геометрія», «Геометрія Положенія» не вполне опредѣляютъ содержаніе предмета. Терминъ «Высшая Геометрія» (Higher Geometry, Géométrie supérieure, höhere Geometrie) не правиленъ, потому что то, что сегодня кажется намъ «высшимъ», завтра можетъ оказаться весьма элементарнымъ. Названіе «Новая Геометрія» (Modern Geometry, neuere Geometrie) имѣетъ временное значеніе; то, что сегодня является новымъ, черезъ извѣстный промежутокъ времени будетъ уже старымъ.

Наконецъ, терминъ «Геометрія Положенія» (Geometry of Position, Geometrie der Lage), введенный Стаудтомъ, является какъ бы исключаяющимъ разсмотрѣніе метрическихъ свойствъ фигуръ.

Названіе же «Проективная Геометрія» соответствуетъ при-

¹⁾ Въ геометрическихъ формахъ различаютъ два рода свойствъ: проективныя и метрическія. *Проективными* называются тѣ свойства геометрическихъ формъ, которыя сохраняются въ проекціяхъ тѣхъ же геометрическихъ формъ на плоскости; такъ, если три прямыя въ пространствѣ пересѣкаются въ одной точкѣ, то и проекціи ихъ пересѣкаются въ одной точкѣ,—въ проекціи точки пересѣченія прямыхъ въ пространствѣ. Напримѣръ, извѣстно, что высоты треугольника пересѣкаются въ одной точкѣ, слѣдовательно и изображенія ихъ пересѣкаются въ одной точкѣ—изображеніи первой; точно также, если три точки въ пространствѣ лежатъ на одной прямой, то, ясно, что и проекціи ихъ лежатъ на одной прямой; если, напримѣръ, въ какомъ нибудь многоугольникѣ двѣ противолежащія вершины и точка пересѣченія двухъ діагоналей лежатъ на одной прямой, то это сохраняется и въ проекціи этого многоугольника; слѣдовательно, и это будетъ проективнымъ свойствомъ его.

Метрическими же свойствами называются тѣ, которыя основаны на понятіи мѣры, они въ проекціи не сохраняются. Напримѣръ, построение высотъ треугольника основано на понятіи прямого угла, т. е. на понятіи мѣры; поэтому проекціи трехъ высотъ треугольника, хотя пересѣкаются въ одной точкѣ, но уже не служатъ высотами проекціи даннаго треугольника. (См. Купфферъ «Начертательная Геометрія», Рига 1898 г., стр. 20).

²⁾ М. Е. Ващенко-Захарченко «Проективная Геометрія». Кіевъ, 1897, стр. 1.

³⁾ Н. Макаровъ, «Начертательная Геометрія», стр. 1.

⁴⁾ Cremona «Elementi di geometria proiettiva», 1873.

мѣняемымъ методамъ въ ея изученіи, именно методамъ центральныхъ проекцій.

Работы Шаля, Панселе ¹⁾, Мебіуса, Кремоны, Стаудта, а въ Россіи—Лобачевского, Ващенко-Захарченко и другихъ въ области проективной геометріи положили начало ей, какъ новой науки, способствовали расширенію понятій о геометрическихъ формахъ и показали, что разрозненные приемы различныхъ геометрическихъ построеній, примѣнявшіеся до нихъ, можно обосновать на рядѣ извѣстныхъ принциповъ.

Ващенко-Захарченко такъ раздѣляетъ и опредѣляетъ методы для изслѣдованія свойствъ фигуръ въ пространствахъ ²⁾.

Геометрія распадается на три отдѣла: геометрія аналитическая, проективная ³⁾ и графическая.

Основаніемъ изслѣдованій въ аналитической геометріи служитъ система координатъ, нѣчто постороннее, не присущее тѣмъ геометрическимъ свойствамъ фигуръ, которыя имѣетъ въ виду геометръ; отъ этого аналитическая геометрія обращается въ чисто отвлеченныя алгебраическія операціи. Извѣстная задача даетъ рядъ уравненій, изъ которыхъ должно получиться желаемое свойство, непрерывный рядъ операцій надъ этими уравненіями часто бываетъ такъ сложенъ, запутанъ, что геометрическое значеніе переходныхъ комбинацій совершенно теряется изъ виду — это лабиринтъ, въ которомъ не помогаетъ и нить Аріадны. Координатная система — счастливая мысль, но она *только* совмѣстно съ дифференціальнымъ исчисленіемъ поставила геометрію на ту высоту, на которой она находится въ настоящее время. Напротивъ, проективная геометрія почерпаетъ основанія для своихъ изслѣдованій изъ внутренняго свойства фигуръ-проекцій и проективности, которыя отличаются только положеніемъ, сохраняя извѣстную зависимость—это переходныя свойства, подобно тому, какъ въ аналитической геометріи мы переходимъ отъ одной системы уравненія къ другой, такъ точно

¹⁾ Первые наброски его знаменитаго сочиненія „*Traité des propriétés projectives des figures*“ были сдѣланы имъ во время плѣна его въ Россіи (въ Саратовѣ). (См. I. V. Poncelet „*Applications d'analyse et de géométrie*“ Paris 1862 г.)

²⁾ М. Ващенко-Захарченко: «Проективная Геометрія», Кіевъ, 1897, стр. 7.

³⁾ «Основаніе проективной геометріи въ главнѣйшихъ чертахъ составляютъ: гармоническое дѣленіе, проективность, законъ двойственности, инволюція, гомологія, коллинеарныя и взаимныя системы».

въ проективной геометріи переходъ совершается съ помощью проективности; въ такихъ переходахъ не теряется изъ виду геометрическое ихъ значеніе, и намѣченный результатъ является сознательно, а не механически—часто бессознательно. Такое преимущество имѣетъ проективная геометрія передъ аналитической; поэтому онѣ должны идти рука объ руку ¹⁾, и замѣчательно то, что когда доказательство извѣстной истины въ аналитической геометріи сложно, въ проективной геометріи оно является въ самой простой формѣ ²⁾.

Наконецъ, графическая геометрія есть практическое приложеніе результатовъ добытыхъ теоретически, и она самостоятельно рѣшаетъ задачи (чертежами) своими собственными приемами.

¹⁾ Напримѣръ, можно указать на нижеслѣдующія задачи Начертательной Геометріи, которыя рѣшаются гораздо полнѣе и точнѣе при знаніи Аналитической Геометріи:

1. Опредѣлять характеръ и свойства поверхности, образованной по извѣстнымъ даннымъ, а также и контуры ея на каждой изъ плоскостей проекцій.

2. Опредѣлить характеръ кривой касанія данной поверхности съ описанными вокругъ нея цилиндромъ или конусомъ.

3. Опредѣлить характеръ линій сѣченія данныхъ поверхности и плоскости и проекціи этой линіи.

4. Опредѣлить характеръ фигуръ, полученныхъ при развѣткѣ поверхностей цилиндра или конуса, равно какъ и характеръ линій, начерченныхъ на этихъ поверхностяхъ. Задачи обратныя этой при установленіи фигуръ цилиндра или конуса по ихъ развѣткамъ.

5. Опредѣлить характеръ и свойства проекцій линій сѣченія двухъ данныхъ поверхностей.

6. Опредѣлить нѣкоторыя особенныя точки плоскихъ сѣченій двухъ поверхностей; провести линіи касательныя къ кривымъ въ такихъ точкахъ и асимптоты этихъ кривыхъ.

²⁾ Весьма полезнымъ для исполненія вещественныхъ построеній является введеніе понятія о мнимыхъ элементахъ, такъ какъ послѣдніе подчиняются основнымъ геометрическимъ законамъ и позволяютъ, поэтому, получать *общія* рѣшенія различныхъ геометрическихъ задачъ. (Напр., вопросъ о проведеніи прямой касательной къ кругу изъ точки лежащей внутри круга). Данныя по этому вопросу можно найти въ сочиненіяхъ:

1. Staudt'a „Geometrie der Lage“.

2. Kötter'a „Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der algebraischen ebenen Curven“.

3. Купффера „Начертательная Геометрія“.