

Шимони Карой

Теоретическая электротехника

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 621.3
ББК 31.352
Ш61

Ш61 **Шимони Карой**
Теоретическая электротехника / Шимони Карой – М.: Книга по Требованию, 2026. – 772 с.

ISBN 978-5-8854-2809-5

Шимони К. Теоретическая электротехника (перевод с немецкого)

Пособие по теоретическим основам электротехники: теория электромагнитного поля и теория электрических цепей (линейных и нелинейных), с использованием современных методов анализа (матрицы/тензоры, мультиполи и др.).

ISBN 978-5-8854-2809-5

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2026
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2026

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Предисловие автора к русскому изданию

В основу книги, переведенной на русский язык, положен текст, подготовленный для второго немецкого издания. Дополнительно в нее включено изложение ряда новых вопросов, которые обычно не входят в учебники по теоретической электротехнике, однако бесспорно имеют теоретическое и практическое значение. В качестве примеров таких дополнений можно назвать теорию распространения волн в гиротропных средах или статистические методы расчета потенциальных полей. Кроме того, в книге добавлен раздел „Границы классической электродинамики”¹⁾. В нем делается попытка осветить с точки зрения инженера логическую и принципиальную связь классической электродинамики с другими физическими дисциплинами, и в первую очередь с квантовой электродинамикой. При этом автор имел в виду, во-первых, то, что в качестве „побочного продукта” получают практически важные результаты, такие, например, как электромеханические аналогии, а во-вторых, то, что, образованный инженер-электрик, вся практическая деятельность которого основывается на уравнениях Максвелла, должен знать границы применимости этих уравнений, представляющих собой лишь частный случай более общей системы; он должен знать и конкретные следствия существования таких границ.

Книга предназначена для тех, кто занят или будет заниматься прикладной физикой — практическими применениями физических дисциплин, т.е. в первую очередь для студентов электротехнических и инженерно-физических факультетов. Эпитепу „теоретическая” в названии книги можно придавать два значения: он указывает, во-первых, на то, что в книге излагаются общие принципиальные основы теории, во-вторых, на то, что в ней излагаются теоретические методы решения практических задач. При этом предполагается предварительное знакомство читателя с основными понятиями электротехники и с основными положениями высшей математики. Предполагается также, что читатель знаком с уравнениями Максвелла и тем индуктивным путем, который приводит к ним как завершающему обобщению; правда, многое кратко напоминает в первой части книги.

¹⁾ Автор называет этот раздел „Weiterblick”, что в буквальном переводе значит „Взгляд вперед”. — *Прим. ред.*

Итак, книга написана с расчетом на некоторую общую подготовленность читателя, но не требует от него специальной подготовки. Параграфы, более трудные для понимания при первом чтении, отмечены звездочкой.

Для ясного понимания задач, которые ставил перед собой автор, а также принятого им характера изложения и выбора излагаемого материала, следует иметь в виду, что эта книга составляет третий том серии, посвященной общей теории электричества. Четыре тома этой серии носят названия:

- I. Основные положения — основные законы
- II. Микрофизическое обоснование
- III. Теоретическая электротехника
- IV. Примеры и задачи

При написании учебника приходится пользоваться многочисленными посторонними источниками: это и оригинальные работы других ученых и учебные пособия по другим специальностям. В приведенном в конце списке литературы названы книги, служившие такими источниками, и книги, обращаясь к которым читатель может расширить и углубить свои знания. Кроме того, автор стремился всегда, по возможности, в самом тексте указывать источники, определявшие ход излагаемых рассуждений. Ссылки на соответствующую литературу даются цифрами в квадратных скобках.

В заключение автор приносит благодарность всем, кто помог ему осуществить издание этой книги. Он благодарен своим сотрудникам по кафедре теоретической электротехники Г. Фодору, К. Гехеру, участвовавшим в обсуждении многих проблем, А. Мереи, подготовившей чертежи и рисунки, И. Шомоши, участвовавшему в редактировании, Г. Кальману и С. Кёрменди, оказавшим помощь при чтении корректур, и своей жене, неутомимо помогавшей ему в подготовке первого издания.

Кроме того, автор считает своим приятным долгом выразить глубокую признательность Издательству «МИР» за выпуск книги на русском языке. Автор благодарит также проф. Поливанова и его сотрудников, взявших на себя тяжелый труд перевода книги и его редактирования.

К. Шимони

I

Общий обзор

§ 1. Введение

Естественные науки опираются в своих выводах на эксперименты и наблюдения. Однако непосредственные результаты наблюдений и измерений дают лишь бессвязный набор данных. Дальнейшая задача поэтому состоит в том, чтобы вывести из этих результатов более общие зависимости или закономерности. В настоящее время этот так называемый *индуктивный* метод вообще принято считать единственно возможным методом исследования в естественных науках.

Но вместе с тем каждая наука стремится объединить полученные на основе громадного экспериментального материала частные закономерности в единую теорию, базирующуюся на нескольких основных уравнениях, из которых все частные положения могут быть выведены *дедуктивным* путем, как это делается, например, в геометрии. О степени развития той или иной науки как раз и можно судить по тому, в какой мере ей удалось достигнуть этой цели.

Различные причины побуждают нас стремиться к этой цели. Прежде всего, проще и практичнее устанавливать ход явлений путем расчета, а не постановкой подчас дорогостоящих опытов. Кроме того, всеобъемлющая теория дает отправные точки для дальнейших исследований, указывая для этого наиболее целесообразные пути. Наконец, играет роль и то обстоятельство, что стремящийся к синтезу человеческий ум только тогда воспринимает отдельные области науки как знакомые ему и вполне освоенные, когда разрозненные явления удастся свести в единую систему. Количественно это выражается в установлении основных правил — аксиом, из которых последовательно могут быть выведены все явления. В этом случае

теория может быть названа не только „истинной” и „полезной”, но также и „красивой”.

Вообще априори не ясно, допускают ли естественные науки чисто дедуктивный подход, опирающийся на некоторое число основных положений. Тот факт, что все прошлые, настоящие и даже будущие данные опыта могут быть выведены из нескольких основных уравнений, т.е. что структура нашего мира это допускает, представляется столь поразительным, что может рассматриваться как одна из основных проблем философии естествознания. Но можно представить себе и такую совокупность опытных данных, которую невозможно охватить единой закономерностью. Опыт развития науки показывает, что некоторые области физики, например классическая ньютоновская механика, могут быть изложены таким дедуктивным путем. Но исторический опыт учит также, что с развитием техники эксперимента постоянно появляются и такие факты, которые не находят места в рамках уже известной теории, так что возникает необходимость в создании новой, более общей теории. Иногда экспериментальная техника развивается столь стремительно, что уже в момент построения новой теории опытные данные выходят за ее пределы. Таким образом, может быть, никогда и не удастся создать теорию, охватывающую все явления в единой системе. Иллюстрацией этому в настоящее время может служить, например, физика элементарных частиц. Но и в этом случае имеет смысл стремиться к дедуктивному способу изложения, так как аксиоматизация отдельных областей физики (даже достаточно завершенной ее области) может оказаться очень удачной как с практической, так и с эстетической точки зрения.

Само собой разумеется, что наука приходит к своим аксиомам или основным уравнениям индуктивным путем, т.е. путем обобщения опытных данных; но как раз благодаря этим обобщениям содержание науки почти всегда шире содержания тех экспериментальных фактов, которые послужили основой для этих обобщений. Справедливость самих аксиом может быть доказана только совпадением вытекающих из них следствий с результатами измерений. Точная наука именно потому и точна, что она при доказательстве своих утверждений всегда опирается на реальные факты, и, таким образом, истинность каждого ее утверждения допускает однозначную проверку.

Исторически завершенной и полностью поддающейся дедуктивному рассмотрению областью электротехники является классическая электродинамика. Основываясь в первую очередь на экспериментальных результатах и системе воззрений Фарадея, Максвелл описал в 1873 г. в своей книге „Трактат об электричестве и магнетизме” все известные к тому времени сведения об электричестве. Он охватил своими основными уравнениями не только все ранее полученные опытные данные, но также и экспериментальные результаты последующих двух десятилетий. Так, существование электромагнитных волн вытекало уже из основных уравнений Максвелла, хотя оно впервые было экспериментально доказано лишь примерно 20 годами позже.

На основе уравнений Максвелла вся электродинамика может быть рассмотрена дедуктивно, подобно геометрии („more geometrico”). Мы не будем анализировать сами эти основные уравнения, ибо это означало бы, что мы пытаемся свести их к каким-либо непосредственно данным нам очевидным явлениям. Но уравнения Максвелла не сводятся ни к каким другим, более простым явлениям. Это было осознано лишь в результате довольно длительного исторического развития.

Понятия и явления из области механики кажутся нам наглядными и простыми. Однако мы должны учитывать, что основные положения механики, как, например, пространственное перемещение или удар твердых или упругих тел, считаются простыми и непосредственно понятными только потому, что мы к ним привыкли. В повседневной жизни мы встречаемся главным образом с явлениями, относящимися к области механики. Поэтому не удивительно, что предпринимались попытки свести к этим элементарным явлениям и механическим понятиям также и уравнения Максвелла. Мы знаем теперь, что это невозможно; но в этом и нет необходимости, так как непрерывно возрастающая роль электричества в нашей повседневной жизни приводит к тому, что понятия теории электричества, а вместе с тем и основные законы учения об электричестве становятся столь же наглядными и понятными, какими раньше были только законы механики.

И все же между уравнениями Максвелла и аксиомами геометрии имеется существенное различие. Уравнения Максвелла соприкасаются с действительностью не только тогда, когда мы получаем их путем обобщения фактов или сравниваем вычисленные с их помощью результаты с данными измерений; они постоянно пополняются новым физическим содержанием через группу уравнений, содержащую материальные константы.

При дедуктивном способе рассмотрения мы принимаем уравнения Максвелла как данные и только интерпретируем их содержание. Можно утверждать, что мы их понимаем, если мы знаем, между какими физическими величинами и в каких конкретных условиях опыта они устанавливают зависимость, иными словами, если мы знаем, какие результаты измерений связываются друг с другом уравнениями Максвелла.

§ 2. Индуктивный путь к уравнениям Максвелла

Прежде чем перейти к дедуктивному изложению, напомним экспериментальные факты и теоретические соображения, которые привели Максвелла к его уравнениям.

а) Закон Био—Савара

Первое уравнение Максвелла описывает зависимость между током и связанной с ним, или, как принято говорить, создаваемой им, напряженностью магнитного поля. Относящиеся к этому экспериментальные данные были впервые получены Био и Саваром в 1820 г. Если в замкнутом линейном контуре протекает ток I ампер, то по закону Био—Савара напряженность магнитного поля в любой точке пространства (в „точке наблюдения“) равна

$$\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \oint_L \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^0}{r^2}. \quad (2.1)$$

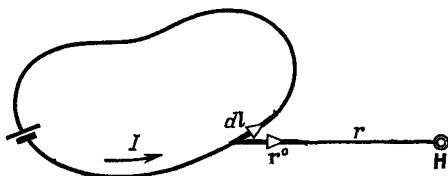
В этом равенстве $d\mathbf{l}$ —длина элемента проводника в метрах (фиг. 1); направление элемента $d\mathbf{l}$ совпадает с положительным направлением тока; $\mathbf{r}^0$ — единичный вектор, направленный из указанного элемента проводника в точку наблюдения; r — расстояние (в метрах) между отрезком проводника и точкой наблюдения. Интегрирование должно быть произведено вдоль всего замкнутого контура тока. Это равенство выражает напряженность магнитного поля в амперах на метр (a/m).

Хотя в любой точке пространства имеет смысл лишь общая напряженность магнитного поля и только она может быть обнаружена на опыте, формулу (2.1) можно все же толковать и так, что каждый элемент проводника создает свою слагающую общей напряженности магнитного поля, определяемую формулами

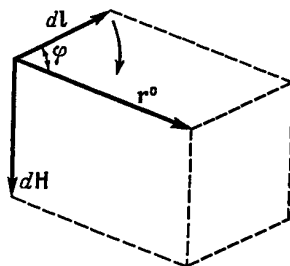
$$d\mathbf{H} = \frac{I}{4\pi} \frac{d\mathbf{l} \times \mathbf{r}^0}{r^2}; \quad dH = \frac{I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \sin \varphi. \quad (2.2)$$

Итак, мы можем считать, что элементарная напряженность магнитного поля пропорциональна силе тока, длине dl и синусу угла, образованного элементом проводника и радиусом-вектором, проведенным в точку наблюдения, обратно пропорциональна квадрату расстояния и перпендикулярна dl и $\mathbf{r}^0$, причем векторы dl , $\mathbf{r}^0$ и $d\mathbf{H}$ в указанной последовательности образуют правовинтовую систему (фиг. 2).

Применяя это уравнение к бесконечно длинному прямому проводнику, найдем, что линии магнитного поля в виде окружностей охватывают про-



Фиг. 1. К объяснению закона Био—Савара.



Фиг. 2. Определение направления напряженности магнитного поля.

водник, а направление магнитного поля связано с направлением тока так же, как направление вращения правоходового винта с направлением его осевого перемещения.

Закон полного тока выражает те же опытные факты, что и закон Био—Савара, однако в форме, значительно более удобной для практики. Он гласит: *в любом магнитном поле линейный интеграл от напряженности магнитного поля вдоль любого замкнутого контура равен полному току, проходящему через любую поверхность, ограниченную этим контуром*, т. е.

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_A \mathbf{J} d\mathbf{A}. \quad (2.3)$$

В этой формуле $\mathbf{H}$ — напряженность магнитного поля (a/m); $\mathbf{J}$ — плотность тока (a/m^2); $d\mathbf{A}$ — площадь (m^2). Непосредственно видно, что наша формула удовлетворяет правилу размерностей: обе ее части имеют размерность силы тока. Однако данная формула справедлива только тогда, когда положительное направление обхода контура согласовано с положительным направлением нормали к поверхности, ограниченной контуром, как вращение правоходового винта с его поступательным движением (фиг. 3).

Преобразуем теперь, пользуясь *теоремой Стокса*, левую часть уравнения, выражающего закон полного тока. По теореме Стокса линейный интеграл вектора, взятый по замкнутому контуру, равен поверхностному

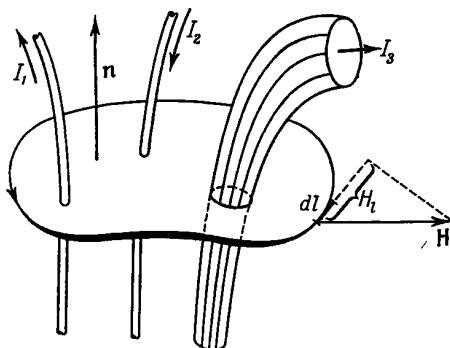
интегралу ротора этого вектора по поверхности, ограниченной этим контуром, т. е.

$$\oint_L \mathbf{v} d\mathbf{l} = \int_A \text{rot } \mathbf{v} d\mathbf{A}.$$

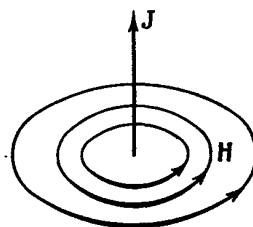
Следовательно,

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_A \text{rot } \mathbf{H} d\mathbf{A} = \int_A \mathbf{J} d\mathbf{A}. \quad (2.4)$$

Поскольку полученное равенство применимо к любому контуру, а при заданном контуре — к любой ограниченной им поверхности, то должны



Фиг. 3. Связь между направлением обхода замкнутой кривой и направлением положительной нормали к поверхности, ограниченной этой кривой.



Фиг. 4. Физический смысл закона полного тока: ток проводимости создает магнитное поле.

быть равны и подынтегральные выражения, т. е.

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}. \quad (2.5)$$

Это дифференциальная форма закона полного тока. Ее физическое содержание тождественно содержанию закона Био—Савара или закона полного тока и описывает те же экспериментальные факты.

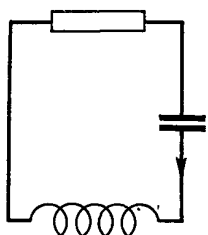
Содержание всех этих уравнений можно кратко выразить так (фиг. 4): всюду, где в проводнике существует плотность тока, т. е. где по проводнику течет ток, существует вихрь магнитного поля, благодаря чему и в окружающей среде возникает магнитное поле. Фиг. 4 прямо соответствует этому простому толкованию нашего равенства, так как вихрь (ротор) $\mathbf{H}$ как раз равен плотности тока $\mathbf{J}$. (Во всех этих рассуждениях предполагается, что поле вектора $\mathbf{H}$ не содержит „источников“.)

Как уже отмечалось, рассмотренные уравнения действительны только для замкнутого контура тока. В случае замкнутого контура дивергенция плотности тока равна нулю, т. е. линии плотности тока не имеют источников или стоков — они замкнуты. Математически это выражается равенством

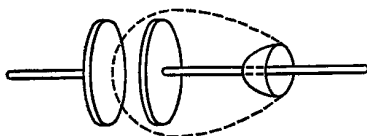
$$\text{div } \mathbf{J} = 0. \quad (2.6)$$

б) Понятие о токе смещения и первое уравнение Максвелла

Ограниченная применимость закона полного тока в его интегральной и дифференциальной формах впервые обнаружилась, когда начали исследовать поле разомкнутых электрических цепей с током. Такая разомкнутая цепь представлена на фиг. 5. Само собой разумеется, что ток может протекать и в этом случае, причем конденсатор будет то заряжаться, то разряжаться. Источники или стоки линий плотности тока находятся здесь на зарядах конденсаторных пластин.

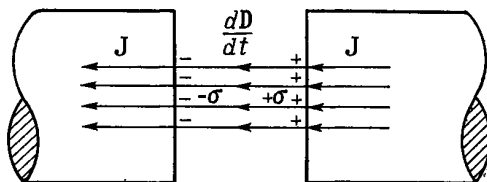


Фиг. 5. Электрический колебательный контур как пример разомкнутой цепи.



Фиг. 6. Применение закона полного тока к разомкнутому проводнику не дает однозначного результата.

Действительно, применяя закон полного тока в интегральной форме и вычисляя интеграл от $\mathbf{H}$ вдоль любой линии, охватывающей проводник, мы должны получить определенный и однозначный результат; вместе с тем поверхностный интеграл от плотности тока (правая часть закона полного тока) приводит к различным результатам в зависимости от того, пересекает ли выбранная поверхность проводник или лежит между пластинами конденсатора (фиг. 6).



Фиг. 7. Связь между плотностью тока проводимости и плотностью тока смещения.

Еще более очевидное противоречие получается при пользовании законом полного тока в дифференциальной форме. Возьмем дивергенцию от обеих частей уравнения (2.5). Так как дивергенция ротора любого вектора тождественно равна нулю, то

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \mathbf{H} = \operatorname{div} \mathbf{J} = 0. \quad (2.7)$$

Отсюда следует, что напряженность магнитного поля только тогда удовлетворяет закону полного тока, когда дивергенция плотности тока повсюду равна нулю, т. е. только в случае замкнутого контура тока.

Итак, очевидно, что вышеупомянутая форма закона Био—Савара или закона полного тока не действительна для разомкнутых контуров. Но последнее соотношение указывает путь, по которому следует искать

возможное дополнение принятой формулировки: разомкнутый контур следует превратить в замкнутый путем добавления такой слагающей плотности тока, чтобы полная плотность тока (представляющая собой сумму этой добавочной плотности тока и плотности тока проводимости) не содержала источников. Этого можно, по крайней мере формально, достигнуть следующим образом (фиг. 7). Для простоты представим себе пластины конденсатора удлиненными при сохранении постоянного сечения. Тогда изменение содержащегося на единице поверхности конденсатора заряда σ связано с плотностью притекающего тока соотношением

$$J = \frac{d\sigma}{dt}. \quad (2.8)$$

Действительно, сила тока равна заряду, притекающему в единицу времени ко всей поверхности пластины. Следовательно, плотность заряда пластин конденсатора возрастает в единицу времени как раз на величину, равную соответствующей плотности тока. Но между пластинами конденсатора (см. фиг. 7) существует электрическое поле, в котором вектор электрического смещения равен плотности заряда:

$$D = \sigma \quad (2.9)$$

(D , как и σ , измеряется в $a \cdot \text{сек}/m^2$). Вектор электрического смещения, направленный от положительно заряженной пластины к отрицательной, возрастает вместе с накоплением положительного заряда на поверхности, т.е. когда ток в соответствии с фиг. 7 направлен справа налево. При этом справедливо векторное соотношение

$$J = \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (2.10)$$

Теперь видно, что контур тока можно сделать замкнутым, если к плотности тока проводимости J чисто формально добавить выражение $\partial D/\partial t$, так как оно равно плотности тока проводимости на поверхности проводника: там, где кончаются линии плотности тока проводимости, начинаются линии вектора $\partial D/\partial t$, а там, где они оканчиваются (на другой пластине), начинаются линии плотности тока.

Выражение $\partial D/\partial t$ по чисто историческим причинам названо *плотностью тока смещения*.

Таким образом, дивергенция вектора $J + \partial D/\partial t$ всюду равна нулю:

$$\text{div}\left(J + \frac{\partial D}{\partial t}\right) = 0. \quad (2.11)$$

Поэтому, вводя в дифференциальную форму закона полного тока дополнительную слагающую плотности тока

$$\text{rot } H = J + \frac{\partial D}{\partial t}, \quad (I)$$

мы устраняем логическое противоречие: теперь дивергенция как левой, так и правой части равенства повсюду равна нулю.

Остается решить вопрос, действительно ли плотность тока смещения принимает участие в создании магнитного поля в соответствии с приведенным выше уравнением.

Широкий круг опытов дает положительный ответ в соответствии с предположением Максвелла. Поэтому можно утверждать, что *плотность тока смещения $\partial D/\partial t$ связана с магнитным полем так же, как плотность*

тока проводимости. Именно это и было добавлено Максвеллом к старой теории.

Результат, выведенный для частного случая цепи с конденсатором, может быть получен также из более общих соображений.

Рассмотрим область пространства, ограниченную замкнутой поверхностью. Изменение электрического заряда в этой области равно разности заряда, вошедшего внутрь области через ограничивающую ее поверхность, и заряда, вышедшего из этой области через ту же поверхность¹⁾.

Изменение заряда в единицу времени мы найдем, суммируя плотность тока по всей поверхности:

$$\oint_A \mathbf{J} d\mathbf{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV, \quad (2.12)$$

где ρ — объемная плотность заряда ($\text{а} \cdot \text{сек}/\text{м}^3$).

Преобразуем левую часть этого уравнения с помощью теоремы Гаусса:

$$\oint_A \mathbf{J} d\mathbf{A} = \int_V \text{div } \mathbf{J} dV = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV. \quad (2.13)$$

Полученное равенство справедливо для любого объема; следовательно,

$$\text{div } \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.14)$$

Последнее равенство, называемое также уравнением непрерывности, выражает закон сохранения электрического заряда.

Имея в виду, что $\rho = \text{div } \mathbf{D}$, уравнение (2.14) можно записать так:

$$\text{div } \mathbf{J} + \frac{\partial}{\partial t} \text{div } \mathbf{D} = 0, \quad (2.15)$$

или, изменив порядок пространственного и временного дифференцирования, так:

$$\text{div } \mathbf{J} + \text{div } \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \text{div } \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) = 0.$$

Таким образом, выражение в скобках представляет собой вектор, дивергенция которого всюду равна нулю.

На основании всего сказанного первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме можно записать в виде

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{I})$$

или в интегральной форме (закон полного тока)

$$\oint_L \mathbf{H} d\mathbf{l} = \int_A \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) d\mathbf{A}. \quad (\text{I}')$$

Первое уравнение Максвелла выражает тот физический факт, что как ток проводимости, так и ток смещения производят магнитное действие. Другими словами, магнитное поле существует везде, где изменяется во времени вектор электрического смещения или вектор напряженности

¹⁾ Если предполагать, что изменение электрического заряда в любой части пространства может происходить только вследствие перемещения зарядов — закон сохранения электричества. — Прим. ред.