

А.Н. Аверкин

**Нечеткие множества в
моделях управления и
искусственного интеллекта**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 50
ББК 22
А11

- A11 **А.Н. Аверкин**
Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / А.
Н. Аверкин – М.: Книга по Требованию, 2021. – 312 с.

ISBN 978-5-458-25284-3

Рассматривается применение аппарата теории нечетких множеств к таким областям математики, как теория матриц и отношений, логика, теория автоматов и алгоритмов, модели принятия решений и др. Описывается применение полученных формальных методов к кластерному анализу, распознаванию образов, задачам рационального выбора, экспертным оценкам, экономическим прогнозам, описанию биологических и социальных процессов, моделированию поведения человека-оператора, к системам планирования и представления знаний в системах искусственного интеллекта, алгоритмам управления роботами и технологическими процессами, допускающим нечеткие инструкции. Авторы: А.Н. Аверкин, И.З. Батыршин, А.Ф. Блишун, В.Б. Силов, В.Б. Тарасов. Под редакцией Д.А. Поспелова

ISBN 978-5-458-25284-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

ПРЕДИСЛОВИЕ РЕДАКТОРА

В науке XX века нередко возникает ситуация, когда какое-то исследование подобно одному кристаллу, попавшему в перенасыщенный раствор, мгновенно вызывает огромный поток работ. Этот поток, разливаясь, захватывает большие области. Потом исследования начинают иссякать, из-под разбушевавшегося потока постепенно освобождаются те области, где новые идеи не нашли для себя благодатной почвы. И, наконец, поток либо совершенно иссякает, либо он принимает форму зарегулированного водотока, текущего в тех местах, где его воды приносят неоспоримую пользу.

Так было, например, когда появились первые публикации Н. Хомского по формальным грамматикам. Будучи лингвистом, Хомский ставил перед собой совершенно определенную цель, связанную с созданием формальных методов порождения синтаксически правильных фраз. Но эта работа сразу вызвала поток исследований, очень быстро вытеснившихся из лингвистики (где эти исследования дали начало практически новой ветви лингвистики — структурной лингвистике) в другие научные области: формальные грамматики стали объектом изучения в кибернетике, программировании, теории дискретных устройств управления, а несколько позже исследования такого типа заинтересовали психологов и специалистов по искусственному интеллекту. Очень быстро первоначальная идея Хомского трансформировалась, появились формальные грамматики самых разнообразных типов: аппликативные, трансформационные, сетевые и многие другие. В теории формальных грамматик возникли собственные, внутренние для этой теории задачи, связанные с оценкой сложности формальных грамматик, со сравнением по мощности языков, порождаемых ими, с решением задач алгоритмической разрешимости для распознающих и порождающих грамматик. Довольно быстро была установлена связь формальных грамматик с классическими объектами, изучающимися в теории логической вычислимости, что породило новую волну чисто математических исследований. Потом поток публикаций стал уменьшаться и сейчас от того контингента специалистов, который вел активные работы в этой области, вряд ли сохранилось даже пять процентов. Но эти «последние могикане формальных грамматик» работают теперь более целенаправленно и продуктивно. Их наука

накопила в период своего бурного развития достаточно фактов и методов, чтобы стало возможным ее дальнейшее оправданное существование.

Весьма похожей была и ситуация с бурным развитием теории автоматов. Примерно так же выглядел первый этап в создании языков программирования. Американскому ученому Л. Заде мы обязаны возникновением еще одной аналогичной ситуации.

Роль стимулятора сыграла появившаяся в журнале *Information and Control* в 1965 г. статья Заде, которая называлась «Fuzzy Sets». Название нового объекта, который рассматривался в работе Заде, было придумано им. При переводах этого термина на другие языки возникало немало трудностей из-за семантической неоднозначности термина «fuzzy» и того почти неуловимого в других языках смыслового оттенка, который несет в себе это слово для носителей английского языка. Во всяком случае, на русский язык его переводили и как «нечеткий», и как «размытый», и как «расплывчатый», и даже как «неопределенный». Первый из переводов со временем вытеснил остальные и стал в отечественной литературе узаконенным.

Основная идея Заде состояла в том, что человеческий способ рассуждений, опирающийся на естественный язык, не может быть описан в рамках традиционных математических формализмов. Этим формализмам присуща строгая однозначность интерпретации, а все, что связано с использованием естественного языка, имеет многозначную интерпретацию. Программа Заде состояла в построении новой математической дисциплины, в основе которой лежала бы не классическая теория множеств, а теория нечетких множеств. Последовательно проводя идею нечеткости, по мнению Заде, можно построить нечеткие аналоги всех основных математических понятий и создать необходимый формальный аппарат для моделирования человеческих рассуждений и человеческого способа решения задач.

Программа построения нечеткой математики быстро нашла отклик среди исследователей из разных стран мира. Как и в других подобных случаях, исследования развивались в двух основных направлениях. Часть исследований устремилась «вширь», вводя в рассмотрение нечеткие расширения таких фундаментальных понятий математики, как функция, отношение, предикат. Появились нечеткие уравнения и нечеткие интегралы, нечеткая логика и нечеткая топология и многие другие подобные области. Другие исследования устремились «вглубь». Их целью было выявление самой природы нечеткости, возможности ввести нечеткие объекты не только на основе нечетких множеств Заде, а каким-либо иным способом. Так вместо одной нечеткой математики стали строиться разные нечеткие математики. И оба эти направления породили огромное количество работ. Стали созываться многочисленные национальные и международные симпозиумы и

конференции, посвященные нечетким множествам и их приложениям в науке и технике. Возник международный журнал *Fuzzy Sets and Systems*, членами редколлегии которого являются известные советские ученые академик Н. Н. Моисеев и профессор М. А. Айзерман. В 1984 г. создана международная организация по этим проблемам. Ее первый конгресс состоялся в 1985 г. на острове Майорка. В нашей стране также наблюдается большой интерес к работам этого направления. В течение ряда лет проводятся общесоюзные семинары и конференции, специально посвященные отечественным достижениям в этой области. В Москве, Ленинграде, Новосибирске, Риге, Баку, Тбилиси и ряде других городов сложились научные коллективы, в которых ведутся исследования, по уровню не уступающие мировому. Многие журналы публикуют статьи на эту тему, стали появляться монографии, в которых обсуждаются те или иные аспекты, связанные с построением моделей рассуждений и принятия решений, характерных для людей (см. обширную библиографию в конце книги).

Надо отметить еще одну особенность исследований в области нечетких множеств. С самого начала основная прагматическая цель Заде — создание аппарата, способного моделировать человеческие рассуждения и объяснять человеческие приемы принятия решений в ходе решения различных задач, привлекла в эту область многочисленную армию прикладников. В потоке чисто математических работ начал возникать поток работ прикладных. Идеи Заде и его последователей находят применение при создании систем, понимающих тексты на естественном языке, при создании планирующих систем, опирающихся на неполную информацию, при обработке зрительных сигналов, при управлении техническими, социальными и экономическими системами, в системах искусственного интеллекта и робототехнических системах. Именно эти практически ориентированные исследования являются той питательной почвой, на которой продолжает расти дерево поисков, связанных с понятием нечеткости. Но одновременно они диктуют и свои требования к этому поиску. Расширяется само понятие нечеткости. Как правильно отмечал в своих работах известный советский специалист в области интеллектуальных систем А. С. Нариньяни, нельзя ограничиваться лишь объектами, характеризующимися нечеткостью. Недетерминированность, неполнота, ненормированность, неопределенность и многие другие «не» порождают свое понимание той математики, которая должна строиться для них.

Книга, которую предвворяет это предисловие, написана коллективом молодых авторов. Каждый из них хорошо известен специалистам, работающим в данной области. Их основной заслугой явилось не только то, что они первые в нашей литературе изложили общую точку зрения на состояние работ в области

печетких множеств и их применений для решения задач управления и искусственного интеллекта. Наряду с включением в научный оборот малоизвестных советским специалистам зарубежных работ, они изложили и лично им принадлежащий оригинальный материал в той области, которой посвящена монография.

По моему мнению, книга, как всякий первый опыт в новой научной области, не лишена некоторых недостатков. Но достоинства позволяют рекомендовать ее всем специалистам, интересующимся использованием новых методов, дающих возможность работать с качественно или неполно определенной информацией.

Работа между авторами распределялась так: В. Б. Тарасов — главы 1, 9; И. З. Батыршин — главы 2, 3; В. Б. Силов — главы 4, 5; А. Н. Аверкин — главы 6, 7; А. Ф. Блишун — главы 7 (§ 7.8 написан В. Н. Захаровым), 8 и 10. Окончательная подготовка всего материала к печати осуществлена А. Н. Аверкиным, А. Ф. Блишуном и В. Б. Тарасовым.

Редактор этой книги В. Н. Захаров сделал все возможное, чтобы книга стала четко структурированной и единой по стилю и замыслу, что всегда так трудно сделать при большом коллективе авторов.

Д. А. Поспелов

ВВЕДЕНИЕ

В свое время появление формальной логики было шагом вперед в борьбе с неопределенностью, расплывчатостью представления человеческих знаний. Логика была призвана исключить нестрогость, неоднозначность из рассуждений. Теперь же возникла насущная необходимость создания теории, позволяющей формально описывать нестрогие, нечеткие понятия и обеспечивающей возможность продвинуться в познании процессов рассуждений, содержащих такие понятия. Крупным шагом в этом направлении явился подход, основанный на использовании понятия нечеткого множества Л. Заде. Этот подход позволяет дать строгое математическое описание в действительности расплывчатых утверждений, реализуя таким образом попытку преодолеть лингвистический барьер между человеком, суждения и оценки которого являются приближенными и нечеткими, и машинами, которые могут выполнять только четкие инструкции. Человек способен рассуждать, обучаться и принимать решения в нечеткой, расплывчатой обстановке. Возможности же современных ЭВМ далеки от возможностей человека, поэтому развитие нечеткого подхода (теории нечетких множеств) — шаг вперед в развитии инструмента, позволяющего разработать методы решения указанных проблем.

Теория нечетких множеств появилась в результате обобщения, переосмысления достижений: многозначной логики, позволившей перейти к произвольному множеству значений истинности (трехзначная логика Лукасевича, k -значная логика Поста, бесконечнозначная логика); теории вероятностей и математической статистики, где аккумулируются всевозможные способы обработки экспериментальных данных (гистограммы, функции распределения) и указываются пути формализации неопределенностей; дискретной математики (теория матриц, теория автоматов, теория графов, теория грамматик, ...), предложившей инструмент для формулирования адекватных моделей при решении множества практических задач. В теории нечетких множеств предлагаются следующие способы формализации нечетких понятий.

Первый способ (основан на работах Заде) предполагает отказ от основного утверждения классической теории множеств о том, что некоторый элемент может либо принадлежать, либо не

принадлежать множеству. При этом вводится специальная характеристическая функция множества — так называемая функция принадлежности, которая принимает значения из интервала $[0, 1]$. Этот способ приводит к континуальной логике.

При втором более общем способе формализации нечеткости предполагается, что характеристические функции множества принимают значения не из интервала $[0, 1]$, а в конечной или бесконечной дистрибутивной решетке. Многие из основных операций нечеткой логики со значениями истинности из интервала $[0, 1]$ могут быть распространены на случай значений истинности в дистрибутивной решетке. Это обобщение называется нечеткими множествами в смысле Гогена.

Третий способ — \mathcal{P} -нечеткие множества. При этом обобщении каждый элемент универсального множества (reference space) связан не с точкой в интервале $[0, 1]$, а с подмножеством, или частью этого интервала. Алгебра \mathcal{P} -нечетких множеств может быть сведена к алгебре классов.

Четвертый способ — гетерогенные нечеткие множества. Здесь в общем случае элементам универсального множества ставятся в соответствие значения в различных дистрибутивных решетках. Каждый элемент может быть связан с наиболее подходящей к нему оценкой. Более того, сами значения оценок могут быть нечеткими и задаваться в виде функций. Таким путем мы приходим к нечетким множествам типа 2. Обобщая эти рассуждения, получаем нечеткое множество типа n , $n = 1, 2, 3, \dots$, для которого значениями оценок являются нечеткие множества типа $n - 1$.

Вышеприведенные способы формализации нечетких понятий позволяют приближенно описывать поведение систем настолько сложных и плохо определенных, что они не поддаются точному математическому анализу. В ряде случаев такое описание является единственно возможным.

В реальных ситуациях принятия решений цели, ограничения, критерии выбора в большей части субъективны и точно не определены. Поэтому при построении моделей принятия решений возникает необходимость использования нечеткой логики, нечетких множеств и отношений. Нечеткие отношения позволяют моделировать плавное, постепенное изменение свойств, а также неизвестные функциональные зависимости, выраженные в виде качественных связей. Нечеткие алгоритмы, допускающие использование нечетких инструкций, широко распространенных в различных сферах человеческой деятельности, позволяют описывать приближенные рассуждения и, следовательно, являются полезным инструментом для приближенного анализа таких систем и процессов принятия решений, которые слишком сложны для применения общепринятых количественных методов. Важным понятием, относящимся к теории нечетких множеств, является нече-

роятностная энтропия, служащая интегральной характеристикой размытости нечеткого множества. Изменение энтропии является основным информационным показателем в моделях принятия решений.

Чего же можно ожидать от теории нечетких множеств в различных отраслях человеческих знаний?

В философском плане теория нечетких множеств примечательна тем, что открывает новый подход к решению проблемы абстракции и образования понятий, обладающих богатством всевозможных оттенков.

В области анализа больших систем (например, системы управления экономикой страны, отрасли и т. д.) открывается возможность моделирования неопределенности, выраженной, в частности, в градациях информированности центра о нижележащих уровнях.

В области психологии — это моделирование свойств целостности, диффузности психических образов и представлений, гибкости мышления, многозначности элементов языка, присутствующих на всех уровнях отражения, регуляции и коммуникации.

В области лингвистики — это моделирование смысла предложений и текстов с помощью распределения возможностей, описываемых функциями принадлежности.

В области техники теория нечетких алгоритмов стимулирует развитие гибких автоматизированных производств и робототехнических комплексов, в частности, роботов, способных выполнять отдельные интеллектуальные действия человека. Это дает толчок как развитию командного управления (выполнение нечетких инструкций), так и созданию управляемых систем с повышенной автономностью. Открытость системы, взаимодействие с внешней средой ставят целый ряд проблем при конструировании соответствующих моделей. Эти проблемы связаны с неопределенностями, неизбежными при описании состояния внешнего мира. Источниками неопределенности такого представления являются: невозможность сколь угодно точного измерения реальных величин; невозможность полного и четкого описания многих физических объектов и ситуаций; принципиальные ограничения по точности и большие погрешности выполнения сенсорных или перцептивных действий; неточность исполнительских действий, которые зачастую не достигают цели; недостаточность размерности модели, не позволяющая отразить все значимые свойства мира. Все это позволяет считать отношение моделирования нечетким. В результате приходим к использованию в качестве состояний модели и мира нечетких множеств в исходных пространствах, а в качестве действий (в мире) или операторов (в модели) — нечетких преобразований над этими пространствами. Тогда с новых позиций рассматриваются такие проблемы, как поиск в пространстве состояний, декомпозиция задачи на подзадачи, построение

планов посредством доказательства теорем в некоторой логической системе и т. д. Здесь также возможно привлечение аппарата нечеткой логики, нечетких автоматов, алгебры нечетких отношений и т. д. Эти и ряд других методов применяются в области искусственного интеллекта — одной из наиболее перспективных научных дисциплин, использующих теорию нечетких множеств.

Под искусственным интеллектом обычно понимается область знаний об искусственно созданных системах, которые способны решать задачи, ранее считавшиеся прерогативой человеческого разума. Связь между искусственным интеллектом и теорией нечетких множеств является вполне естественной, если принять гипотезу Л. Заде о том, что «человек мыслит не числами, а нечеткими понятиями». Поэтому перспективны системы, способные рационально действовать в изменяющейся ситуации и выполнять нечеткие инструкции без изменения программы поведения.

Теория нечетких множеств может быть полезна при создании диалоговых систем с языком общения, близким к естественному. В настоящее время имеется ряд работ, в которых делаются попытки создания диалоговых систем, понимающих фразы естественного языка и позволяющих, например, на основе нечетких инструкций модифицировать графические изображения или распознавать слова с ошибками.

Представляются актуальными также исследования в области создания нечетких языков программирования. К их числу можно отнести языки LPL, ФАГОЛ, ПОЯ, Fuzzy, разработанные для моделирования семантических аспектов естественных языков.

Авторы

§ 1.1. Два основных подхода к формализации нечеткости

Теория нечетких множеств, развивающаяся после публикации в 1965 г. основополагающей работы Л. Заде [64], представляет собой обобщение и переосмысление важнейших направлений классической математики. У ее истоков лежат идеи и достижения многозначной логики (трехзначной логики Лукасевича, k -значной логики Поста), которая указала на возможности перехода от двух к произвольному числу значений истинности и поставила проблему оперирования понятиями с изменяющимся содержанием; теории вероятностей, которая, породив большое количество различных способов статистической обработки экспериментальных данных (например, гистограммы, функции распределения), открыла пути определения и интерпретации функции принадлежности; дискретной математики (теории матриц, теории графов, теории автоматов и т. д.), предложившей инструмент для построения моделей многомерных и многоуровневых систем, удобный при решении практических задач.

Дальнейшие шаги в этом направлении связываются с созданием строгих и гибких математических методов исследования нечетко определенных объектов. При этом нечеткость образов, представлений и понятий человека вводится в формальные модели различными способами.

Можно выделить следующие основные классификационные признаки способов формализации нечеткости:

- 1) по виду представления нечеткой субъективной оценки какой-либо величины (нечеткого множества);
- 2) по виду области значений функции принадлежности;
- 3) по виду области определения функции принадлежности;
- 4) по виду соответствия между областью определения и областью значений (однозначное, многозначное);
- 5) по признаку однородности или неоднородности области значений функции принадлежности.

Первый подход к формализации нечеткости состоит в следующем. *Нечеткое множество* (НМ) в [64] образуется путем введения обобщенного понятия принадлежности, т. е. расширения двухэлементного множества значений характеристической функции $\{0, 1\}$ до континуума $[0, 1]$. Это означает, что переход

от полной принадлежности объекта классу к полной его непринадлежности происходит не скачком, а плавно, постепенно, причем принадлежность элемента множеству выражается числом из интервала $[0, 1]$. *Нечеткое множество*

$$A = \{(x, \mu_A(x))\} \quad (1.1)$$

определяется математически как совокупность упорядоченных пар, составленных из элементов x универсального множества X и соответствующих степеней принадлежности $\mu_A(x)$ или (поскольку функция принадлежности является исчерпывающей характеристикой НМ) непосредственно в виде функции $\mu_A: X \rightarrow [0, 1]$ **). Возможные виды функций μ_A изображены на рис. 1.1. Пример записи НМ:

$$A = \{(x_1, 0,2), (x_2, 0,6), (x_3, 1), (x_4, 0,8)\}, \quad (1.2)$$

или в обозначениях [64, 4, 5]:

$$A = 0,2|x_1 + 0,6|x_2 + 1|x_3 + 0,8|x_4$$

или

$$A = \overline{\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ 0,2 & 0,6 & 1 & 0,8 \end{array}}.$$

Понятие НМ тесно связано с центральным понятием так называемой альтернативной теории множеств [3] — понятием полумножества. В то же время как множество предполагает наличие

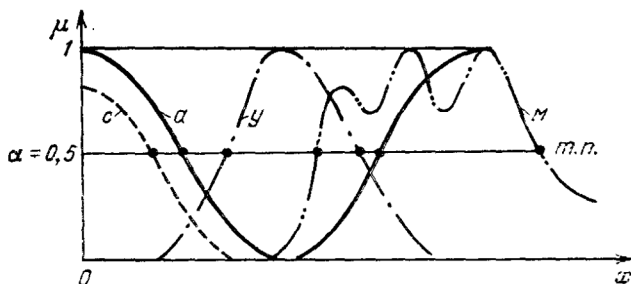


Рис. 1.1. Виды функций принадлежности: c — субнормальная; a — амодальная; m — многомодальная; y — унимодальная; т.п. — точки перехода

определенных границ принадлежности и непринадлежности, полумножество является более широким понятием, не имеющим максимальных или минимальных элементов, а следовательно,

*) Универсальным множеством X нечеткого множества A называется область определения функции принадлежности μ_A .

**) Далее понятие НМ A будем отождествлять с его функцией принадлежности μ_A .