

С. Поу

Геометрические упражнения с куском бумаги

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
С11

С11 **С. Роу**
Геометрические упражнения с куском бумаги / С. Роу – М.: Книга по Требо-
ванию, 2023. – 199 с.

ISBN 978-5-458-27235-3

В книге даются многочисленные примеры составления различных геомет-
рических фигур - квадрата, равностороннего треугольника, многоугольника,
конических сечений и т.д. Книга содержит большое количество иллюстраций
и схем.

ISBN 978-5-458-27235-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Содержаніе

	<i>Стр.</i>
Введеніе	I
I. Квадратъ	1
II. Равносторонній треугольникъ	10
III. Квадраты и прямоугольники	16
IV. Пятиугольникъ	34
V. Шестиугольникъ	40
VI. Восьмиугольникъ	45
VII. Девятиугольникъ	51
VIII. 10угольникъ и 12угольникъ	53
IX. Пятнадцатиугольникъ	56
X. Ряды	58
XI. Многоугольники	75
XII. Общія начала	93
XIII. Коническія сѣченія	
Отдѣленіе I. Кругъ	117
Отдѣленіе II. Парабола	133
Отдѣленіе III. Эллипсъ	139
Отдѣленіе IV. Гипербола	146
XIV. Различныя кривыя	152

Введеніе

— —

1. *Идея* этой книги была внушена мнѣ упражненіемъ No. VIII. Фребелевскаго дѣтскаго сада — складываніемъ бумаги. Для этого упражненія дѣтямъ даютъ сотни двѣ различно окрашенныхъ бумажныхъ квадратовъ, ножъ для разглаживанія бумаги и наставленія для складыванія. Бумага съ одной стороны окрашена и глазирована. Но она, конечно, можетъ быть покрашена насквозь и одинакова съ обѣихъ сторонъ. Да и всякая бумага умѣренной толщины будетъ годиться для нашей цѣли. На цвѣтной бумагѣ, однако, сгибы будутъ виднѣе и она пріятнѣй для глазъ. Упражненія для дѣтскихъ садовъ продаются во всѣхъ складахъ учебныхъ пособій, а цвѣтную бумагу обоихъ указанныхъ сортовъ можно имѣть въ каждомъ писчебумажномъ магазинѣ. Изъ всякаго листа бумаги можно получить квадратъ, какъ указано въ первыхъ параграфахъ этой книги, но полезно и удобно имѣть квадраты уже заготовленными заранѣе, въ нарѣзанномъ видѣ.

2. Для этихъ упражненій не требуется чертежныхъ инструментовъ и единственными необходимыми вещами являются перочинный ножъ и полоски бумаги—послѣднія для откладыванія равныхъ длинъ. Сами квадраты замѣняютъ обыкновенную прямую и Т-образную линейку.

3. При складываніи бумаги нѣкоторые важные геометрическіе приемы можно выполнять гораздо легче, чѣмъ при помощи циркуля и линейки, единственныхъ инструментовъ, примѣненіе которыхъ освящено Евклидовой геометрией. Примѣрами могутъ служить дѣленіе отрѣзковъ и угловъ на двѣ или на большее число равныхъ частей, проведеніе перпендикуляровъ къ прямымъ или линіямъ, параллельныхъ даннымъ. Зато при помощи складыванія бумаги нельзя описать окружность, хотя извѣстное число точекъ круга, а также и другихъ кривыхъ, можно получить различными способами. Настоящія упражненія состоятъ не просто въ черченіи геометрическихъ фигуръ, обыкновенно съ прямыми линіями, и въ сгибаніи по нимъ, но требуютъ осмысленнаго приложенія простыхъ приемовъ, гдѣ складываніе бумаги особенно удобно. Это будетъ ясно съ самаго начала книги.

4. Эти упражненія дѣтскихъ садовъ не только даютъ интересное занятіе мальчикамъ и дѣвочкамъ, но готовятъ ихъ умъ къ надлежащей оцѣнкѣ науки и искусства. Съ другой стороны,

связавъ дальнѣйшее обученіе наукѣ и искусству съ занятіями въ дѣтскомъ саду, можно сдѣлать ихъ болѣе интересными и заложить для нихъ болѣе прочное основаніе. Это особенно примѣнимо къ геометріи, лежащей въ основѣ всякой науки и искусства. Широко пользуясь упражненіями дѣтскихъ садовъ, можно сдѣлать школьное изученіе геометріи на плоскости очень интереснымъ. Было бы совершенно правильно требовать отъ учениковъ складыванія этихъ чертежей на бумагѣ. Это давало бы имъ отчетливыя и точныя фигуры и невольно запечатлѣвало бы въ ихъ умахъ истины предложеній. Ни одного утвержденія не приходилось бы принимать на вѣру. Что теперь должны создавать воображеніе и идеализація плохихъ чертежей, то можно видѣть конкретно. Тогда была бы невозможна ошибка вродѣ нижеслѣдующей.

5. *Доказать, что всякій треугольникъ есть равнобедренный.* Пусть ABC , рис. 1, будетъ какой-нибудь треугольникъ. Раздѣлите AB въ Z пополамъ и чрезъ Z проведите ZO перпендикулярно къ AB . Раздѣлите уголъ ACB линіей CO пополамъ.

1) Если CO и ZO не встрѣчаются, онѣ параллельны. Значитъ, CO перпендикулярно къ AB . Поэтому $AC = BC$.

2) Пусть CO и ZO встрѣчаются въ какой-нибудь точкѣ O . Проведите OX перпендикулярно

къ BC и OY перпендикулярно къ AC . Соедините OA , OB . Согласно I, 26 Евклида треугольники YOC и XOC при наложении совпадают; согласно I, 47 и I, 8 Евклида треугольники AOY и BOX также при наложении совпадают. Следовательно,

$$AY + YC = BX + XC,$$

$$\text{т. е. } AC = BC.$$

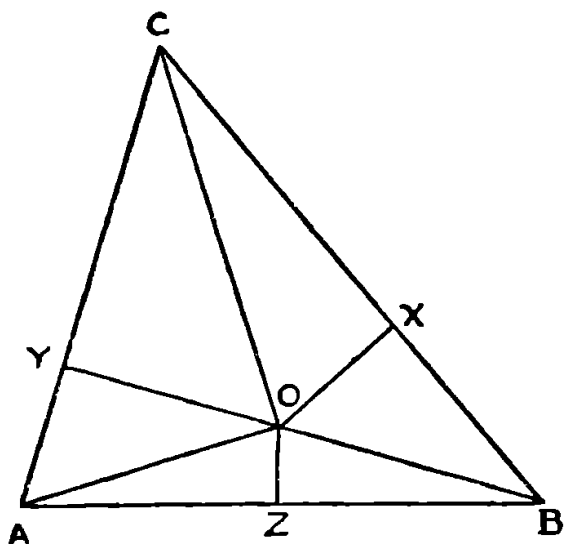


Рис. 1

Рис. 2 при помощи складывания бумаги показываетъ, что, каковъ бы ни былъ взятый треугольникъ, CO и ZO не могутъ встрѣчаться внутри него.

O есть середина дуги AOB круга, описаннаго около треугольника ABC .

6. Складываніе бумаги не совсѣмъ чуждо намъ. Складываніе бумажныхъ квадратовъ въ видѣ различныхъ предметовъ—лодочки, двойной

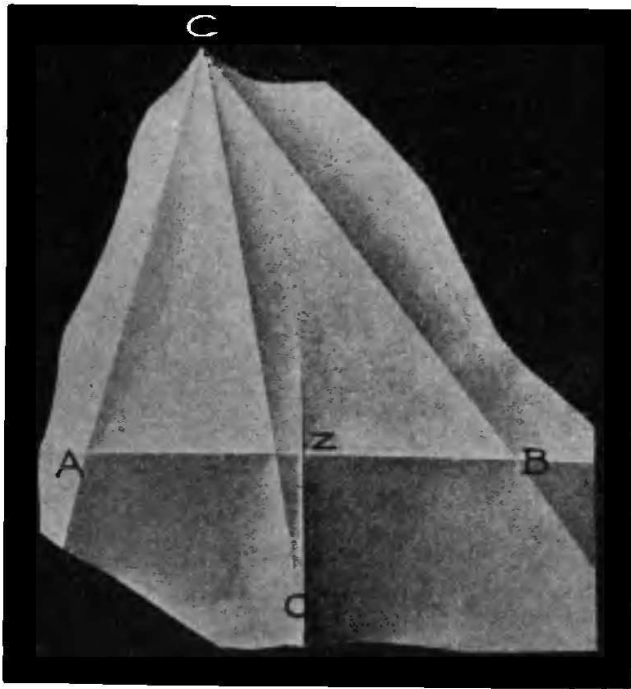


Рис. 2

лодочки, чернильницы, пѣтушка и т. п.—хорошо извѣстно, какъ и вырѣзываніе бумаги въ симметричныхъ формахъ для украшеній. При письмѣ на санскритскомъ или маратскомъ языкахъ бумага складывается вертикально или горизонтально, что-

бы строки и столбцы выходили прямыми. При перепискѣ бумагъ въ канцеляріяхъ дѣлають правильныя поля, сгибая бумагу по вертикали. Вдвое сложенные прямоугольные куски бумаги всегда были въ употребленіи для письма и до введенія обрѣзанной на машинѣ почтовой бумаги и конвертовъ разныхъ величинъ листы желаемого размѣра получались при помощи складыванія и разрыванія бѣльшихъ листовъ; одна половина бумаги складывалась въ конвертъ для другой половины. Последній пріемъ сберегалъ бумагу и обладалъ очевиднымъ преимуществомъ прикрѣпленія почтовыхъ знаковъ непосредственно къ самой писанной бумагѣ. Къ складыванію бумаги прибѣгали и при изученіи XI книги Евклида, трактующей о фигурахъ трехъ измѣреній. Но имъ рѣдко пользовались для плоскихъ фигуръ.

7. Я не пытался написать полный трактатъ или руководство геометріи а старался лишь показать, какимъ образомъ можно сложить или опредѣлить точками на бумагѣ правильные многоугольники, круги и другія кривыя. Я пользовался случаемъ представить читателю нѣкоторыя хорошо извѣстныя задачи древней и современной геометріи и показать, какъ къ геометріи можно съ выгодой прилагать алгебру и тригонометрію; а это освѣщаетъ каждый изъ этихъ предметовъ, обыкновенно предлагаемыхъ отдѣльно.

8. Первые девять главъ говорятъ о складываніи правильныхъ многоугольниковъ, рассматриваемыхъ въ первыхъ четырехъ книгахъ Евклида, и девятиугольника. Въ основу былъ положенъ бумажный квадратъ дѣтскаго сада и при его помощи разрабатывались другіе правильные многоугольники. Глава I показываетъ, какъ нужно дѣлить основной квадратъ и какъ можно складывать его въ равные прямоугольные равнобедренные треугольники и въ квадраты. Глава II занимается равносторонними треугольниками, построенными на одной изъ сторонъ квадрата. Глава III посвящена Пифагоровой теоремѣ, предложеніямъ второй книги Евклида и нѣкоторымъ интереснымъ задачамъ, связаннымъ съ ними. Здѣсь также показывается, какимъ образомъ на данномъ основаніи можно построить прямоугольный треугольникъ съ заданной высотой. Это сводится къ нахожденію точекъ на нѣкоторомъ кругѣ даннаго діаметра.

9. Глава X трактуетъ объ ариѳметической, геометрической и гармонической пропорціи и о суммованіи нѣкоторыхъ ариѳметическихъ прогрессій. Говоря о пропорціяхъ, мы беремъ отрѣзки, длины которыхъ представляютъ возрастающую прогрессію. Прямоугольный кусокъ бумаги, расчерченный на квадратики, даетъ примѣръ ариѳметической прогрессіи. Для геометрической пропор-

ции мы пользуемся теми свойствами прямоугольного треугольника, что перпендикуляръ изъ вершины прямого угла на гипотенузу есть среднее геометрическое между отрезками гипотенузы и что каждый изъ катетовъ есть среднее геометрическое между проекціей катета на гипотенузу и всей гипотенузой. Въ связи съ этимъ излагается и Делосская задача объ удвоеніи куба. Въ вопросѣ о гармонической пропорціи прилагается свойство биссекторовъ внутренняго и соответственнаго внѣшняго угловъ треугольника дѣлить противоположную сторону въ отношеніи двухъ другихъ сторонъ треугольника. Это даетъ интересный способъ графическаго поясненія инволюціонныхъ системъ. Суммы натуральныхъ чиселъ и ихъ кубовъ получаются графически и отсюда выводятся суммы нѣкоторыхъ другихъ рядовъ.

10. Въ главѣ XI трактуется общая теорія правильныхъ многоугольниковъ и опредѣленіе числовой величины π . Предложенія этой главы очень интересны.

11. Глава XII излагаетъ нѣкоторыя общія начала, прилагавшіяся въ предшествующихъ главахъ,—она касается равенства, симметріи и подобія фигуръ, пересѣченія прямыхъ линій и коллинеарности точекъ.

12. Главы XIII и XIV заняты коническими сѣченіями и другими интересными кривыми. Меж-