И.К. Кикоин

Журнал Квант 1986 №12

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 50
ББК 22
К38

Кикоин И.К.
К38 Журнал Квант 1986 №12 / И.К. Кикоин – М.: Книга по Требованию, 2020. – 68 с.

ISBN 978-5-458-31038-3

Журнал Квант 1986 №12

ISBN 978-5-458-31038-3

риторики он теряет время и только изводит своих учителей и навлекает на себя наказания».

В это время Эварист знакомится с работами Гаусса и Абеля и чувствует, что способен сделать не меньше. Будучи всего лишь учеником подготовительного класса, он без посторонней помощи готовится к экзаменам в Политехническую школу — лучшее по тем временам высшее учебное заведение Франции. Эварист верит, что в ней найдут применение все силы и энергия его ума и сердца.

Попытка поступить в Политехническую школу кончилась неудачей. Провал очень огорчил Галуа и, по словам историка математики Дюпюи, «явился первой из несправедливостей, которые в конце концов отравили ему жизнь». Эварист возвращается в порядком надоевший ему коллеж и, перескочив основной, поступает в специальный математический класс. Работал в нем тогда Луи Поль Ришар, замечательный преподаватель, горячо любивший свою науку. Среди тех, кто в разные годы занимался у него, были, кроме Галуа, знаменитый астроном Леверье и выдающийся математик Эрмит.

Ришар с большим вниманием отнесся к юному ученику, которого он считал самым одаренным из своих воспитанников. Отзывы Ришара о Галуа лаконичны: «Галуа работает только в высших областях математики», «Он значительно выше всех своих товарищей». Под руководством Ришара Эварист выполнил свою первую научную работу «Доказательство одной теоремы о периодических непрерывных дробях», опубликованную в марте 1829 года в «Ле анналь де математик». В это же время под влиянием работ Лагранжа Галуа начинает интенсивно заниматься одной из самых трудных математических проблем того времени — проблемой разрешимости алгебраических уравнений в радикалах.

Проблема эта имеет долгую историю. Еще вавилоняне открыли способ решения уравнения второй степени $ax^2+bx+c=0$. Корни его в современной символике задаются формулой

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a},$$

в которую входят четыре арифметических действия над коэффициентами, а также квадратный радикал. В начале шестнадцатого века Сципионе дель Ферро и Никколо Фонтана, более известный под именем Тарталья, получили формулу для корней кубического уравнения, в которую входят четыре арифметических действия и квадратичный и кубический радикалы. Несколько позже Лодовико Феррари открыл формулу для корней уравнения четвертой степени, в которую входят радикалы самое большее четвертой степени. Естественно было ожидать, что корни алгебраического уравнения степени n

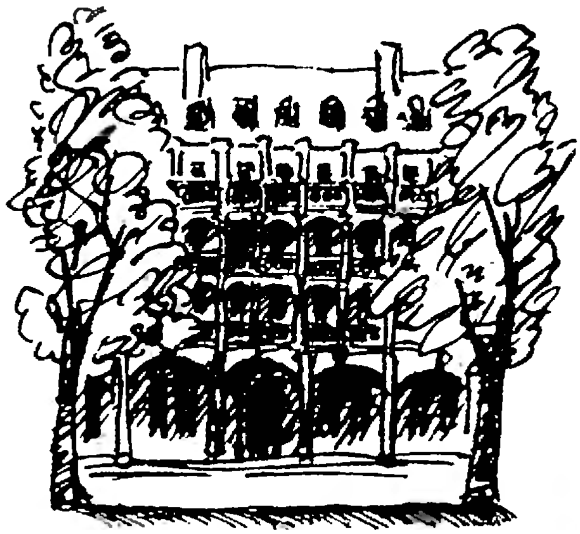
$$a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n=0,\quad a_0\neq 0,$$

должны выражаться через радикалы самое большее n-ой степени. Но, несмотря на титанические усилия самых выдающихся математиков на протяжении почти трех веков, такую формулу не удалось получить даже для уравнения пятой степени. В конце восемнадцатого века математики начали подозревать, что формул в радикалах для уравнений степени $n\geq 5$ просто не существует, потому-то их и не удается найти.

Важный шаг в исследовании алгебраических уравнений был сделан Жозефом Луи Лагранжем (см., например, «Квант», 1986, № 9, с. 3), открывшим, что решение уравнений в радикалах тесно связано с перестановками их корней. Эта идея Лагранжа, названная им «истинной философией решения уравнений», была существенно развита гениальным норвежским математиком Нильсом Генриком Абелем. В 1824 году в возрасте двадцати двух лет Абель доказал, что не существует формул, которые бы решали в радикалах алгебраическое уравнение степени $n\geq 5$ общего вида.

После появления теоремы Абеля сразу же встал вопрос о нахождении необходимого и достаточного условия, которое

Единственный портрет Эвариста, сделанный с натуры, когда ему было пятнадцать — шестнадцать лет.



Внутренний двор Лицея Луи-ле-Гран (Париж, улица Сен-Жак, 123). В этом лицее (в те времена Королевском коллеже) Галуа провел шесть лет — с октября 1823 года по декабрь 1829 года.

по коэффициентам a_0, a_1, ..., a_n любого уравнения позволяло бы судить, решается оно в радикалах или нет.

В течение 1829—1831 гг. Эварист полностью решил эту труднейшую проблему. Первые результаты по теории уравнений появились у него еще весной 1829 года. Галуа направил их в Академию наук. Рассмотреть его работу взялся один из крупнейших французских математиков Коши, но... где-то ее затерял.

По окончании учебного года в специальном математическом классе Галуа вновь сделал попытку поступить в Политехническую школу и вновь провалился. Что произошло на экзамене, доподлинно неизвестно. Позже Галуа упомянул о нем, написав, что на экзамене его сопровождал «сумасшедший хохот экзаменаторов». Экзаменаторами Галуа были Бине и Лефебюр де Фурси. Мы не знаем, какие оценки они поставили Галуа; так или иначе, в Политехническую школу он не попал.

В то время, когда Эварист готовился к вступительным экзаменам, на него свалилась непоправимая беда: 2 июля 1829 года его отец, затравленный местным кюре и иезуитами, покончил с собой. Эти тяжелые дни, почти совпавшие по времени с его провалом, Эварист провел дома, вместе с матерью и младшим братом Альфредом.

По совету Ришара Эварист решил поступить в Приготовительную школу, жалкий остаток знаменитой Нормальной школы, созданной в годы Великой французской революции. В 1822 году Бурбоны закрыли Нормальную школу, а в 1826 году она была восстановлена под названием Приготовительной школы, как продолжение коллежа Луи-ле-Гран. Трехгодичная Приготовительная школа готовила учителей и государственных чиновников. 20 февраля 1830 года Эварист Галуа стал ее студентом.

Первый год обучения в Приготовительной школе оказался самым успешным в жизни Галуа. Здесь он познакомился с Огюстом Шевалье, и это знакомство вскоре переросло в крепкую дружбу. Галуа увлеченно занимался математикой. Он написал три работы и представил их на конкурс в Академию.

Неожиданно на него обрушивается новый удар. Рукопись Галуа попала в руки секретаря Академии Фурье, который вскоре после этого ... умер. В его бумагах рукописи Галуа не оказалось — она исчезла, как и первая, а вместе с ней надежда получить Большую математическую премию. Правда, у Эвариста сохранились копии посланных работ, и он опубликовал их в апрельском и июньском номерах «Бюллетеня математических наук», но это было слабым утешением. В своих повторяющихся несчастиях он увидел не волю случая, а результат плохой социальной организации, которая обрекала талант на вечные лишения к выгоде посредственности. И со всем пылом юности Эварист включается в борьбу за политическое переустройство общества.

В июле 1830 года давно собиравшиеся над режимом Бурбонов тучи разразились революционной грозой, лишившей власти короля Карла X. Симпатии Галуа целиком на стороне республиканцев. Он активно участвует в работе революционных кружков, вступает в Общество друзей народа. Но чаяниям республиканцев не удалось сбыться: к власти пришел ставленник крупного капитала «король-буржуа» Луи-Филипп. Возбуждение в Париже не утихает.

Осенью 1830 года Эварист выступает в печати с резкой критикой двурушнического поведения в июльские дни директора Приготовительной школы Гиньо. В результате 9 декабря его исключают из Школы. Надежда на математическую карьеру рухнула. Эварист вступает в артиллерию национальной гвардии, в большинстве своем состоявшую из членов Общества друзей народа. Это была вооруженная сила революции, и правительство Луи-Филиппа вскоре распускает национальную гвардию. Эварист остается без средств к существованию; лишь частные уроки позволяют ему свести концы с концами.

Все помыслы его в это время отданы революции — математика отходит на второй план. И все же он находит время и силы, чтобы еще раз послать в Академию ту самую работу, которая была потеряна в прошлом году. Работа попала на отзыв двум академикам — Лакруа и Пуассону. После длительных проволочек они сообщают, что не могут оценить рукопись положительно.

В июне 1831 года Галуа предстает перед судом по обвинению «в попытке спровоцировать покушение на жизнь и особу короля Французов путем заявления, сделанного в общественном месте во время публичного собрания». Суд присяжных оправдывает Галуа, но он попадает под тайный надзор политической полиции.

14 июля 1831 года Галуа принимает участие в демонстрации. Ее участники протестуют против запрещения правительством Луи-Филиппа свободы манифестаций. Многие участники этой демонстрации были арестованы, и Эварист оказался в тюрьме Сент-Пелажи. Здесь он встретил свое двадцатилетие, и здесь же им было отредактировано его основное математическое сочинение. 16 марта 1832 года Галуа переводят в тюремную больницу с подозрением на холеру. Есть сведения, что Галуа оставался в ней еще некоторое время после того, как 29 апреля кончился срок его заключения. О его жизни в течение мая 1832 года не сохранилось никаких следов. Утром 30 мая какой-то прохожий нашел его тяжело раненным после дуэли на пистолетах на берегу пруда Гласьер в парижском пригороде Жантийи. На следующий день в 10 часов утра Галуа скончался. Причина его дуэли и его противник достоверно неизвестны. Перед смертью он написал письмо своему другу Огюсту Шевалье с просьбой показать его рукопись немецким математикам Якоби и Гауссу. Однако рукопись увидела свет лишь в 1846 году и осталась практически незамеченной. Идеи Галуа по-настоящему были поняты лишь в 70-х годах, после выхода в свет книги К. Жордана «Алгебраические уравнения и теория подстановок».

Бессмертие

В теории уравнений я исследовал, в каких случаях уравнения разрешаются в радикалах, что дало мне повод углубить эту теорию и описать все возможные преобразования уравнения, допустимые даже тогда, когда оно не решается в радикалах.

Рукопись, оставшаяся после Галуа, из которой взята эта цитата, называлась «Мемуар об условиях разрешимости уравнений в радикалах». Содержащиеся в этом мемуаре идеи были не поняты современниками Галуа и считаются нелегкими для изучения даже сейчас. В то же время, формулировка теоремы Галуа не сложна. Правда, вначале нужно усвоить несколько новых понятий.

Пусть имеется n предметов, которые мы будем обозначать натуральными числами 1, 2, ..., n. Их *подстановкой* называется преобразование множества этих предметов, задаваемое таблицей

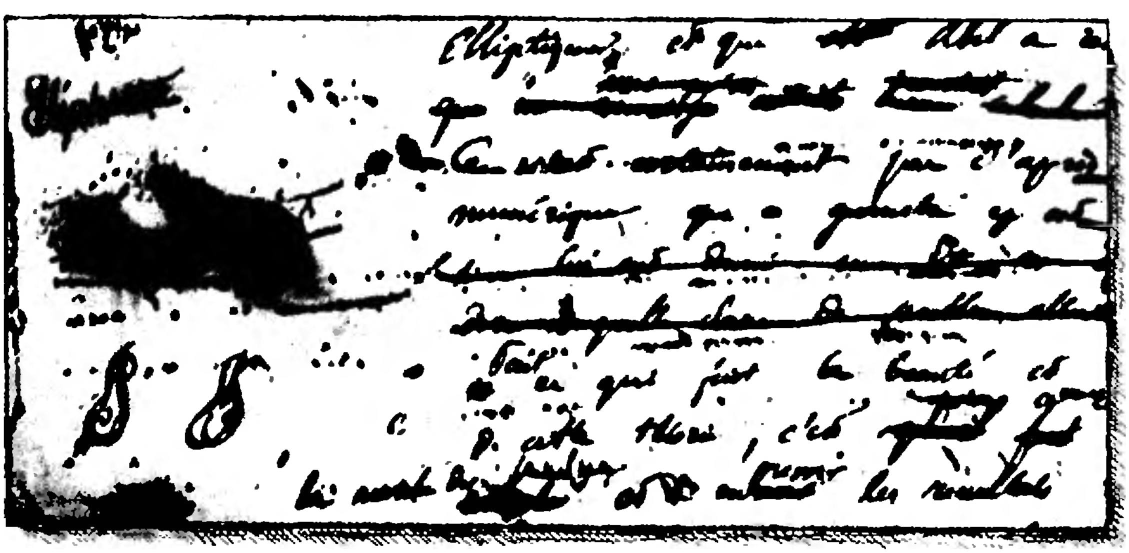
$$\begin{pmatrix} 1\ 2\ \ldots n \\ i_1\ i_2 \ldots i_n \end{pmatrix},$$

где $i_1, i_2, \ldots, i_n$ — это те же числа 1, 2, ..., n, но записанные в другом порядке. Каждая подстановка заключается в том, что на месте числа, стоящего в верхней строчке, ставится подписанное под ним число в нижней строчке.

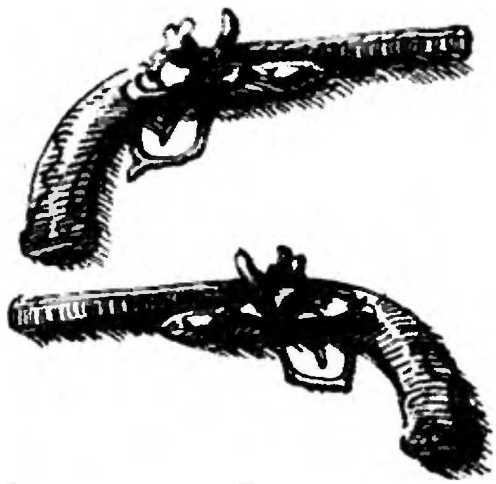
Из n чисел можно сделать $n!$ различных подстановок. Например, из трех чисел 1, 2, 3 можно сделать следующие подстановки:

$$p_1=\begin{pmatrix}123\\123\end{pmatrix},\ p_2=\begin{pmatrix}123\\312\end{pmatrix},\ p_3=\begin{pmatrix}123\\231\end{pmatrix},$$
$$p_4=\begin{pmatrix}123\\132\end{pmatrix},\ p_5=\begin{pmatrix}123\\213\end{pmatrix},\ p_6=\begin{pmatrix}123\\321\end{pmatrix}.$$

Множество подстановок из n предметов обычно обозначается через S_n.



Фрагмент чернового варианта математической рукописи Галуа.



Современники знали Галуа лишь как пламенного революционера республиканца. Публично «хорошим математиком» он был впервые назван уже после своей гибели. 7 июня 1832 года газета «Газетт де опито» поместила сообщение полиции: «Юный Эварист Галуа, двадцати одного года, хороший математик, кроме того, известный своим пылким воображением, умер в 12 часов от острого перитонита, вызванного пулей, выпущенной с 25 шагов».

С подстановками из одного и того же числа предметов можно совершать различные алгебраические операции. Прежде всего, их можно перемножать. *Перемножить* две подстановки — это значит последовательно произвести их одну за другой. В результате получится опять подстановка, называемая *произведением* двух данных подстановок Перемножим, например, подстановки из трех предметов

$$\begin{pmatrix}123\\213\end{pmatrix} \text{ и } \begin{pmatrix}123\\321\end{pmatrix}.$$

В силу первой подстановки единица заменится двойкой, а в силу второй подстановки эта двойка останется на месте. Таким образом, в результате последовательного совершения обеих подстановок единица перейдет в двойку. Точно так же можно убедиться, что двойка перейдет в тройку, а тройка перейдет в единицу:

$$\begin{pmatrix}123\\213\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}123\\321\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}123\\231\end{pmatrix}.$$

Аналогично перемножаются и любые две другие подстановки из трех предметов. В результате получается следующая таблица умножения:

	p	p	p	p	p	p
p				p	p_4	p
p				p	p	p
p				p	p	p_4
p	p	p	p	p	p	p
p_4	p_4	p	p	p	p	p
p	p	p_4	p	p	p	p_1

Таблица 1

Непосредственной проверкой можно убедиться, что умножение подстановок удовлетворяет правилу раскрытия скобок: $(ab)c = a(bc)$ для любых трех подстановок a, b, c из S.

Тождественная подстановка

$$e=\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\1\ 2\ \dots n\end{pmatrix}$$

есть единственная подстановка, удовлетворяющая условию

$$\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\1\ 2\ \dots n\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\i\ i\ \dots i\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\i_1 i_2 \dots i_n\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\1\ 2\ \dots n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\i\ i\ \dots i_n\end{pmatrix}$$

для произвольной подстановки

$$\begin{pmatrix}1\ 2\ \dots n\\i_1 i\ \dots i\end{pmatrix}$$

из S.

У каждой подстановки имеется *обратная* к ней, дающая в произведении с данной тождественную подстановку: обратная подстановка к данной ставит все числа, смещенные подстановкой, на их прежние места. Например, для подстановок из трех предметов имеем

$$p = p,\ p = p,\ p = p,\ p\quad p,$$
$$p_4\quad p_4,\ p = p.$$

Введем теперь следующее определение. *Группой**) (более точно, *конечной группой*) называется любое множество G из S, которое вместе с каждыми двумя своими элементами a и b содержит элемент $a\cdot b$ и вместе с каждым элементом a — элемент a. В частности, само множество S также является группой.

Уже на примере группы S видно, что для умножения подстановок не выполняется переместительный закон: не всегда $a\cdot b$ $b\cdot a$. Если же для всех пар a, b элементов некоторой группы выполняется последнее равенство, то G называется *коммутативной* или *абелевой* группой. Проверьте, что из всех групп S, n 1, коммутативна лишь группа S.

Может случиться, что часть H группы G сама образует группу. Тогда H называется *подгруппой* группы G. Например, каждая группа содержит подгруппу, состоящую из тождественной подстановки e. С другой стороны, каждая (конечная) группа является подгруппой некоторой группы S_n. Тот факт, что H — подгруппа в G, обозначается так: H G.

Для иллюстрации введенных понятий *опишем* все подгруппы в группе S. Из таблицы умножения (табл. 1) видно, что в S содержится одна подгруппа, состоящая из одного элемента p_0, три подгруппы из двух элементов (p, p, p, p, p, p и одна подгруппа из трех элементов (p, p, p. В таблице 1 эта подгруппа выделена синим цветом. Поскольку она еще встретится нам в даль

*) Понятие группы впервые появилось в работах Лагранжа и Руффини Термин «группа» введен Галуа

нейшем, мы введем для нее специальное обозначение Z_3. Все эти подгруппы коммутативны. Предлагаем читателю самому убедиться, что других подгрупп в S_3 нет.

Пусть G — какая-нибудь группа и a, b — ее элементы. Выражение $[a,b]=aba^{-1}b^{-1}$, называется *коммутатором* элементов a и b: оно служит корректирующим членом для того, чтобы поменять местами a и b:

$$ab=[a,b]ba.$$

Если $ab=ba$, то $[a,b]=e$. Понятно, что чем больше в группе G коммутаторов, отличных от e, тем значительнее отклонение группы G от коммутативной. Назовем *производной группой* группы G ее подгруппу G', состоящую из всевозможных произведений вида

$$[a_1, b_1]\cdot[a_2, b_2]\cdot\ldots\cdot[a_k, b_k]$$

с a_1, ..., a_k, b_1, ..., b_k из G. Ясно, что если группа G коммутативна, то G' состоит всего лишь из тождественной подстановки e. В качестве несложного упражнения предлагаем читателю проверить, что коммутаторы группы S_3 задаются следующей таблицей:

$[p_i,p_j]$	p_0	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
p_0	p_0	p_0	p_0	p_0	p_0	p_0
p_1	p_0	p_0	p_0	p_2	p_2	p_2
p_2	p_0	p_0	p_0	p_1	p_1	p_1
p_3	p_0	p_1	p_2	p_0	p_1	p_2
p_4	p_0	p_1	p_2	p_2	p_0	p_1
p_5	p_0	p_1	p_2	p_1	p_2	p_0

Таблица 2

Для G' также можно рассмотреть производную группу $(G')'=G''$, называемую *второй производной группой* группы G. Продолжая этот процесс, мы получим *k-ю производную группу* $G^{(k)}=(G^{(k-1)})'$. Ясно, что $G^{(k)}\leqslant G^{(k-1)}$. Тем самым возникает цепочка вложенных друг в друга подгрупп:

$$\ldots\leqslant G^{(k)}\leqslant G^{(k-1)}\leqslant\ldots\leqslant G''\leqslant G'\leqslant G.$$

Если эта цепочка обрывается на подгруппе, состоящей лишь из тождественной подстановки, то есть если $G^{(m)}=e$ для некоторого числа m, то группа G называется *разрешимой*.

Ясно, что *любая коммутативная группа разрешима*. В частности, разрешима группа S_2. Покажем, что *группа S_3 также разрешима*. Из таблицы 2 следует, что все коммутаторы из S_3 лежат в $\mathbf{Z}_3$, поэтому $S_3'=\mathbf{Z}_3$. Из таблицы 1 видно, что группа $\mathbf{Z}_3$ коммутативна, поэтому $S_3''=\mathbf{Z}_3'=e$.

Далеко не все группы разрешимы. Например, *группы S_n разрешимы лишь для* $n=2$, 3, 4 (это весьма непростое утверждение впервые появилось в мемуаре Галуа).

Теперь мы в состоянии объяснить основную идею теории Галуа. Пусть

$$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\ldots+a_n=0 —$$

произвольное уравнение n-й степени, где $a_0, a_1, \ldots, a_n$ — заданные числа. Еще в конце XVIII века Карл Фридрих Гаусс доказал, что при любых $a_0, a_1, \ldots, a_n$ данное уравнение имеет n комплексных корней $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$. Мы хотим выяснить, существуют ли формулы, выражающие корни $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ через коэффициенты $a_0, a_1, \ldots, a_n$ с помощью четырех арифметических действий и извлечения корней. Для простоты условимся считать, что a_0, $a_1, \ldots, a_n$ — это рациональные числа и все корни $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ различны. Свяжем с $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ множество $Q(f)$, состоящее из всех чисел вида

$$P(\alpha_1, \ldots, \alpha_n),$$

где P — многочлен от n переменных с рациональными коэффициентами. Рассмотрим преобразования множества $Q(f)$, переводящие сумму чисел в сумму, произведение в произведение и оставляющие на месте рациональные числа. Если β — корень нашего уравнения, то есть

$$a_0\beta^n+a_1\beta^{n-1}+\ldots+a_n=0,$$

а φ — такое преобразование, то

$$\varphi(a_0\beta^n+a_1\beta^{n-1}+\ldots+a_n)=$$
$$=a_0\varphi(\beta)^n+a_1\varphi(\beta)^{n-1}+\ldots+a_n=0.$$

Портрет Галуа, сделанный по памяти его братом Альфредом и опубликованный в 1848 году в журнале «Магазэн питтореск». «Этот портрет,— говорится в заметке «Магазэн питтореск»,— воспроизводит насколько возможно точно выражение лица Эвариста Галуа. Рисунок сделан Альфредом Галуа, который вот уже 16 лет создал настоящий культ памяти своего несчастного брата».

Значит, $\varphi(\beta)$ — корень того же уравнения, то есть φ *просто переставляет корни* $\alpha_1,...,\alpha_n$ *между собой*, задавая тем самым некоторую подстановку

$$\begin{pmatrix} \alpha_1\alpha_2...\alpha_n \\ \alpha_{i_1}\alpha_{i_2}...\alpha_{i_n} \end{pmatrix}$$

Все такие подстановки образуют некоторую группу, содержащуюся в S_n. Эта группа называется *группой Галуа уравнения* $f(x)=0$ и обозначается $G(f)$.

Основная теорема теории Галуа

Уравнение $f=0$ разрешимо в радикалах тогда и только тогда, когда разрешима его группа Галуа $G(f)$.

В теореме Галуа ценно то, что группу $G(f)$ как правило можно вычислять, не зная корней уравнения $f=0$, только по его коэффициентам. Рассмотрим, например, уравнение $x^3+bx+c=0$ с рациональными коэффициентами, не имеющие рациональных корней. Пусть $\triangle=-4b^3-27c^2$. Если $\triangle$ не является полным квадратом, то $G(f)=S_3$, в противном случае $G(f)=Z_3$. Когда коэффициенты a_0, $a_1,...,a_n$ выбраны более-менее произвольно, то группой Галуа уравнения $f=0$ будет S_n. Поскольку группа S_n не является разрешимой для $n\geqslant5$, то *общее уравнение степени $n\geqslant5$ не разрешимо в радикалах.*

Главное значение работы Галуа состоит даже не в том, что он дал исчерпывающий ответ на вопрос, три века бывший вызовом всем математикам мира, а в созданном им методе, центральное место в котором занимают понятия группы и симметрии. Идеи Галуа оказались плодотворными во всех без исключения областях математики и теоретической физики. От абстрактной алгебры до теории элементарных частиц — таков спектр применения общей идеи симметрии. За всю многовековую историю математики не было иного примера, чтобы столь малая по объему работа оказала такое огромное влияние.

* * *

...Уже светало, когда Эварист Галуа окончил последнее в своей жизни письмо. «Дорогие друзья! Меня вызвали... Я не мог отказаться... Не забывайте меня! Ведь судьба не дала мне прожить столько, чтобы мое имя узнала родина».

Новости науки

«Тяжелые» электроны в металлах

Способность металлов проводить электрический ток связана с наличием в них свободных электронов (электронов проводимости), которые могут перемещаться по кристаллу. Кроме электропроводности, эти электроны определяют многие другие важные свойства металла, такие, например, как теплопроводность, поведение в магнитном поле и т. п.

Входящие в состав металла электроны, конечно же, не являются в полном смысле свободными. Обладая электрическим зарядом, они взаимодействуют с ионами кристаллической решетки и друг с другом. Это взаимодействие сильно влияет на характеристики металлов, где электроны в большой степени теряют свои индивидуальные свойства. Оказывается, тем не менее, что в ряде случаев движение электронов проводимости может быть описано как движение по-настоящему свободных электронов. Для этого электрону в металле приписывают так называемую эффективную массу, которая является важной характеристикой, учитывающей взаимодействия электронов с решеткой и друг с другом.

Физики уже давно описывают свойства металлов, используя понятие эффективной массы, и хорошо к нему привыкли. Отметим, например, что именно эффективная масса определяет ускорение электрона проводимости в электрическом поле.

Обычно — например, в щелочных металлах, олове, меди — эффективная масса электронов близка по величине к массе свободного электрона ($m_e=9{,}1\cdot10^{-31}$ кг), отличаясь от нее самое большее в несколько раз. Однако недавно было обнаружено, что в некоторых соединениях — $CeAl_3$, $CeCu_2Si_2$, UBe_{13} и UPt_3 — эффективная масса электронов почти в тысячу раз больше m_e. Этот факт и позволяет говорить о «тяжелых» электронах.

Естественно, свойства упомянутых соединений очень сильно отличаются от свойств обычных металлов. Например, удельная теплоемкость $CeCu_2Si_2$ и UBe_{13} в несколько сот раз больше величины, ожидаемой для обычного металла. Аналогичная особенность наблюдается и для такой важной характеристики металла, как магнитная восприимчивость, которая отражает способность вещества, помещенного в магнитное поле, намагничиваться. Любопытно, что наблюдается связь между величиной эффективной массы электрона и способностью металла выступать в роли катализатора — чем больше эффективная масса, тем активнее проявляет себя металл. Можно надеяться, что это окажется полезным на практике. Однако на этом сюрпризы со стороны металлов с «тяжелыми» электронами не кончаются. Оказалось, что при низких температурах некоторые из них переходят в сверхпроводящее состояние, природа которого, как полагают, может отличаться от обычной сверхпроводимости.

Необычные свойства металлов, связанные с «тяжелыми» электронами, вызвали очень большой интерес у физиков, и в этом направлении сейчас ведутся интенсивные исследования. Пока природа большой эффективной массы электронов в металлах до конца не выяснена, но многие исследователи считают, что она связана с квантовым характером магнитного взаимодействия электронов и тяжелых атомов Ce, U и Pt.

Пока в физике металлов с «тяжелыми» электронами вопросов намного больше, чем ответов. Исследования продолжаются.

А. Б.

А что будет, если...?

Д. Л. ТАРАСОВ,
кандидат физико-математических наук
Л. В. ТАРАСОВ

«А что будет, если ...?» Вопросы такого типа могут быть самыми различными, за словом «если» могут стоять самые разные предположения, в том числе — и относительно каких-то физических процессов, явлений. Всякий раз такие вопросы побуждают нас рассматривать какую-нибудь физическую ситуацию и тем самым помогают лучше понять сущность тех или иных явлений, роль и область действия тех или иных физических закономерностей.

Что будет, если скорость света во всех прозрачных средах вдруг станет равной скорости света в вакууме? Может быть, сегодня этот вопрос и покажется надуманным. Но, как мы увидим, отвечая на него, нам придется разобраться во многих знакомых и, казалось бы, очевидных вещах. А кроме того, лет двести назад этот вопрос мог возникнуть, и притом вполне серьезно.

Вспомним: в XVII—XVIII веках господствовал чисто механический подход к оптическим явлениям. Одни ученые придерживались выдвинутой Ньютоном «теории истечения», согласно которой свет рассматривался как поток быстро летящих мелких «частичек». Другие, следуя Гюйгенсу, рассматривали свет как распространение упругих волн в особой среде — эфире,— заполняющей все мировое пространство, включая и прозрачные тела. Для объяснения наблюдаемых явлений приходилось наделять эфир свойствами удивительными и порой необъяснимыми. Так, пришлось предположить, что скорость «упругих» световых волн в эфире зависит от того, какие именно тела «заполняет» эфир. Это было не вполне понятно; на первый взгляд казалось, что скорость распространения упругих возмущений в вездесущем эфире должна быть везде одной и той же. Вот тогда-то и мог возникнуть вопрос: а не является ли скорость света и в самом деле одной и той же во всех телах и в вакууме?

Предположим, что это действительно так, и посмотрим, к каким «последствиям» приведет это предположение. Разумеется, мы будем пользоваться нашими знаниями о действительной природе оптических явлений, теорией, согласующейся с повседневным опытом. Мы знаем, что скорость v света в какой-либо среде всегда меньше скорости света c в вакууме. Всегда $c>v$. Отношение c/v есть показатель преломления света n для данной среды.

Предположим, что скорость света во всех прозрачных средах сделалась равной скорости света в вакууме: $v=c$. Следовательно, для всех сред теперь $n=1$. Это означает, в частности, что исчезло преломление световых лучей на границе сред. Проходя, например, из воздуха в воду, световой луч не будет теперь изменять своего направления. Ложка в стакане с водой не будет казаться нам «сломанной», а расстояние до монетки на дне бассейна не будет представ-

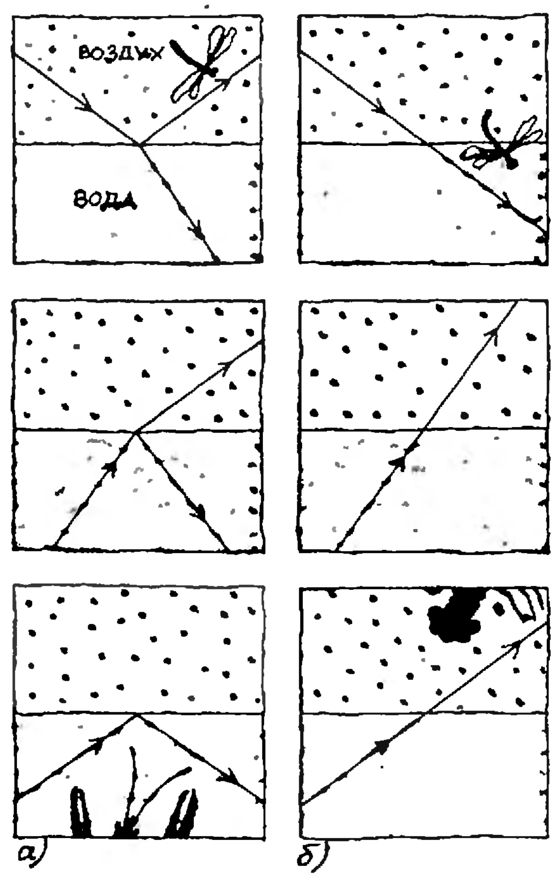


Рис. 1. Световой луч на границе двух сред в обычной ситуации (а) и в новой ситуации (б).

ляться нам меньшим, чем оно есть в действительности. Исчезнет и явление полного внутреннего отражения. Все это хорошо видно на рисунке 1, где сопоставляются две ситуации — обычная и новая. В новой ситуации световой луч попросту «не замечает» границы между средами; в оптическом смысле эта граница не существует.

Такая «метаморфоза» неизбежно приведет ко многим потерям. Окажутся бесполезными все оптические линзовые приборы, от обычных очков до сложнейших микроскопов,— ведь линзы потеряют способность фокусировать или дефокусировать световые лучи. Перестанут действовать волоконно-оптические линии связи, поскольку свет «удерживался» внутри прозрачного волокна за счет полного внутреннего отражения лучей от боковой поверхности волокна.

Произойдут изменения и в явлениях, наблюдаемых в природе, прежде всего в оптических явлениях, происходящих в земной атмосфере. Как известно, атмосфера является оптически неоднородной средой: ее показатель преломления изменяется с высотой и, кроме того, зависит от температуры, влажности, наличия примесей, перемещений слоев воздуха; в частности, показатель преломления воздуха тем меньше, чем меньше плотность воздуха. Поэтому световые

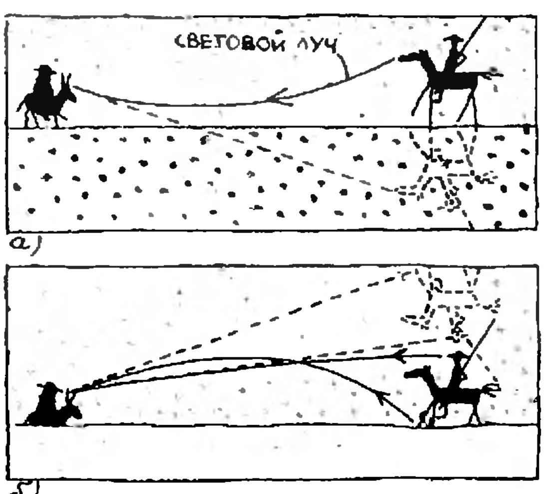


Рис. 2. Возникновение миража. а) У самой поверхности земли воздух достаточно нагрет, так что его плотность, а значит и показатель преломления, меньше, чем в более высоких слоях,— луч изогнут выпуклостью вниз. б) В более высоких слоях воздух теплее, показатель преломления меньше — луч изгибается выпуклостью вверх.

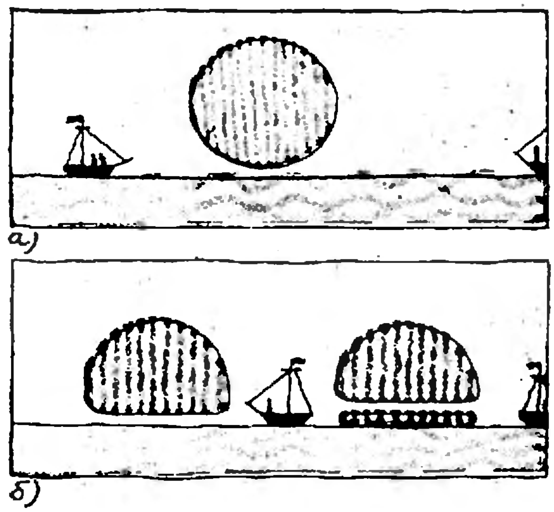


Рис. 3. «Сплюснутое» Солнце на закате (а), «слепая полоса» на диске заходящего Солнца (б) — следствие рефракции света в земной атмосфере.

лучи распространяются в земной атмосфере не по прямым, а по плавно изогнутым линиям (это называют рефракцией света в атмосфере). Нетрудно показать, что световой луч изгибается таким образом, что его траектория оказывается всегда обращенной выпуклостью в ту сторону, где показатель преломления меньше. Этим объясняется возникновение миражей (рисунок 2). С рефракцией света в земной атмосфере связаны такие явления, наблюдаемые при заходе Солнца, как небольшая сплюснутость солнечного диска, появление в отдельных случаях горизонтальной «слепой полосы», перерезающей солнечный диск (рисунок 3); мерцание звезд — тоже результат рефракции.

В новой ситуации, рассматриваемой нами, атмосфера станет оптически однородной средой — ведь независимо от изменений плотности воздуха показатель преломления для него будет одним и тем же во всех точках пространства: он будет равен единице. Поэтому исчезнет рефракция света в атмосфере, а вместе с ней исчезнут миражи, мерцание звезд, своеобразие солнечных закатов.

Мы знаем, что проходя сквозь обычную трехгранную призму, солнечный луч разлагается на цвета радуги. Это связано с тем, что показатель преломления света зависит не только от выбора среды, но и от длины волны света (это называют дисперсией). Наибольшим показателем преломления характеризуются фиолетовые лучи, а наименьшим — красные.

Так как теперь показатель преломления всегда один и тот же — а это означает, что он не зависит ни от выбора среды, ни от длины волны света, ни от каких-либо иных факторов,— исчезнет дисперсия, никакого разложения на цвета в призме мы теперь наблюдать не будем (рисунок 4). Значит, перестанут работать почти все спектрометры и спектрографы. Мы не сможем никогда любоваться радугой на небе...

Итак, в новой ситуации мир стал заметно беднее: исчезло преломление лучей на границе сред, исчезла рефракция света в атмосфере, исчезла дисперсия. А что будет с отражением? С обычным отражением света от поверхности прозрачной среды? Оно тоже исчезнет! (Это можно было усмотреть уже из рисунка 1, *б*). Картина получается впечатляющей. Находясь на берегу озера, мы теперь не увидим в воде отражений деревьев, кустов, облаков, не увидим ночью лунной дорожки на воде. Мы вообще не увидим ни лужи, ни реки, ни моря — мы будем видеть только дно! Согласитесь, это будет очень существенным изменением в пейзаже. Но это еще не все, произойдут еще более впечатляющие изменения.

Почему небо голубое? Все дело в рассеянии света в земной атмосфере. Интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна λ^4, где λ — длина волны света. Значит, в рассеянном свете большей интенсивностью обладает часть спектра, близкая к его фиолетовому концу. В результате спектр рассеянного света оказывается как бы сдвинутым в сторону более коротких волн — вместо белого света получается голубой. Глядя на небо, мы видим рассеянный атмосферой свет, и небо — голубое. Когда же мы глядим на заходящее Солнце или просто в направлении Солнца, то воспринимаем в основном не рассеянный свет, а прямые солнечные лучи, прошедшие через толстый слой атмосферы без рассеяния. Спектр такого света смещен в сторону более длинных волн. Поэтому заходящее Солнце красное, а небо вблизи него «окрашено» в оранжевые и красные тона.

А теперь подумаем, что будет со всем этим в той новой ситуации,

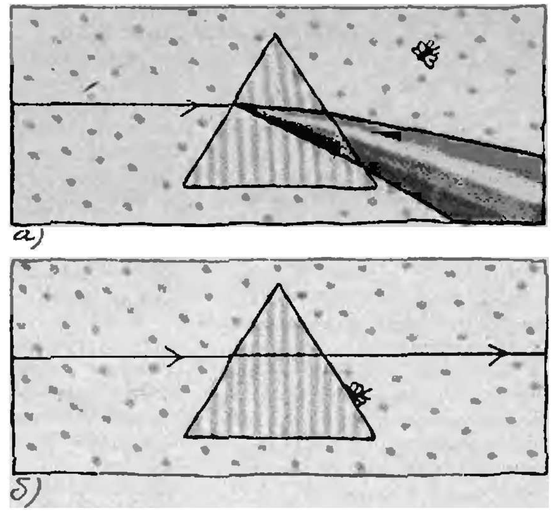


Рис. 4. «Радуга», появляющаяся после прохождения солнечного луча сквозь призму (а),— результат дисперсии. В новой ситуации (б) дисперсия отсутствует.

какую мы обсуждаем. На чем именно рассеивается свет? На изменениях плотности воздуха, обусловленных беспорядочными движениями молекул. Эти изменения случайны: плотность хаотически меняется от точки к точке и от одного момента времени к другому. Рассеяние света обусловлено случайными изменениями показателя преломления воздуха, которые связаны с изменениями его плотности. Иными словами, свет рассеивается на оптических неоднородностях атмосферы, обусловленных тепловым движением ее молекул. В нашей новой ситуации изменения плотности воздуха не приводят к появлению оптических неоднородностей. Значит, исчезнет рассеяние света в атмосфере — мы будем видеть черное звездное небо, а на нем яркий белый диск Солнца.

А собственно говоря, будем ли мы вообще что-нибудь видеть? Ведь как только скорость света в среде станет равной скорости света в вакууме, хрусталик нашего глаза — эта созданная самой природой линза — перестанет выполнять свои функции. Глаз превратится в подобие простой камеры-обскуры. Сможет ли он видеть? Не будет ли возникшая при этом «дальнозоркость» чрезмерно огромной?

Вот к каким неочевидным ситуациям привел нас всего один вопрос — что будет, если скорость света станет всюду равной скорости света в вакууме.

К 175-летию закона Авогадро

Итальянский физик Амедео Авогадро*) (1776—1856) происходил из семьи, все мужчины которой, начиная с XII века, неизменно становились адвокатами. Полагают даже, что сама фамилия Авогадро возникла из avvocato (по-итальянски — адвокат). Но будущий ученый, в двадцать лет получивший диплом доктора права, не слишком долго сохранял верность семейной традиции. Еще в юношеские годы у него пробудился живой интерес к точным наукам, а с 1800 года все свободное время он стал отдавать изучению физики и математики.

Через несколько лет Авогадро уже автор двух научных работ и член-корреспондент Туринской академии наук; в 1806 году он, наконец, оставляет адвокатскую практику и становится преподавателем физики и математики. Бывший юрист продолжает упорно штудировать специальную литературу, растет число его собственных научных работ. В ученых кругах Италии имя Авогадро получает широкую известность. В 1819 году его избирают действительным членом Туринской академии, а годом позже королевским указом назначают профессором первой в Италии кафедры высшей (по-современному — теоретической) физики в Туринском университете.

Человек проницательного ума, энциклопедических знаний и редкой скромности, Авогадро у себя на родине пользовался высоким научным авторитетом. Но за пределами Италии его исследования никакого отклика не находили. Широкое признание пришло лишь спустя четыре года после смерти ученого, когда в 1860 году на первом международном химическом конгрессе в Германии его соотечественник химик С. Канниццаро сумел донести до собравшихся содержание одной из статей Авогадро, написанной еще в 1811 году. В этой статье был сформулирован знаменитый закон Авогадро:

В равных объемах различных газов при одинаковых температуре и давлении содержится равное число атомов или молекул.

К этому важнейшему выводу Авогадро пришел, анализируя опубликованные в 1808 году экспериментальные результаты французского физика Ж. Л. Гей-Люссака (1778—1850), изучавшего объемные соотношения в реакциях между газами и установившего, что объемы вступающих в реакцию газов и газообразных продуктов реакции относятся как небольшие целые числа.

За десять лет до Авогадро гипотезу равенства числа частиц в равных объемах всех газов рассматривал основоположник химической атомистики англичанин Дж. Дальтон (1766—1844). Однако он вынужден был отвергнуть эту, по его словам, «туманную» идею как противоречившую разработанным им схемам ряда химических реакций.

Задачу, в которой запутались Дальтон и Гей-Люссак, а вместе с ними и множество других крупных ученых, красиво и просто решил тогда еще никому неизвестный Авогадро. Рассуждал он следующим образом. Дальтон, несомненно, прав, утверждая, что элементарный акт химической реакции состоит в перегруппировке атомов, этих реально существующих дискретных порций материи, из которых состоят все вещества. А коль скоро это так, то из открытия Гей-Люссака с необходимостью следует, что между объемами газов и числом образующих их частиц должно существовать какое-то очень нехитрое соотношение. Самое простое — предположить, что равные объемы всех газов при одинаковых внешних условиях содержат равное число частиц. Но в таком случае возникает противоречие между общепринятыми схемами газовых реакций и данными измерений. Действительно, реакцию образования водяного пара из водорода и кислорода представляли тогда так: $2H+O=H_2O$, то есть из двух атомов водорода и одного атома кислорода образуется одна молекула воды. Значит, если считать, что равные числа частиц занимают равные объемы, отношение соответствующих объемов в этой реакции должно быть 2:1:1, а не 2:1:2, как установил Гей-Люссак.

Размышления над этой и несколькими аналогичными неувязками привели Авогадро к выводу, что представления химиков о газовых реакциях неточны. Так, в реакции образования водяного пара соединяются не атомы, а двухатомные молекулы водорода и кислорода, то есть реакция должна идти по схеме: $2H_2+O_2=2H_2O$, в точности отвечающей найденному отношению объемов 2:1:2. Подобным же образом ученый легко привел в строгое соответствие с экспериментальными данными и ряд других схем газовых реакций.

Казалось бы, «простейшее» предположение Авогадро, как полностью оправдавшееся, должно было быстро получить признание в качестве нового фундаментального закона природы, тем более, что ученый опубликовал свою статью в известном французском научном журнале. Но, как уже говорилось, это произошло лишь полвека спустя. В чем причина столь длительной задержки? Вероятно, частично она объясняется тем, что Авогадро как человек, лишенный честолюбия, почти ничего не сделал для пропаганды своего открытия, устранился от борьбы за его признание зарубежными коллегами. Но главное все-таки в другом: тогда научный мир еще не был готов для восприятия выводов Авогадро, поскольку в отношении исходных понятий атомно-молекулярной теории царила полная неразбериха. Отсутствовало элементарное взаимопонимание: то, что один называл атомом, другой называл молекулой, а третий — частицей. Физики представляли себе атомы и молекулы совсем не так, как химики. Многие вообще не верили в их реальное существование и считали их лишь условными символами. Собственно

(Окончание см. на с. 20)

*) Его полное имя Лоренцо Романо Амедео Карло Авогадро ди Куарегуа э ди Карретто.