Стренг Г.

Линейная алгебра и ее применения

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
С84

Стренг Г.
С84 Линейная алгебра и ее применения / Стренг Г. – М.: Книга по Требованию, 2024. – 460 с.

ISBN 978-5-458-26374-0

Книга отличается от традиционных руководств по линейной алгебре тем, что материал излагается в тесной связи с многочисленными приложениями. В виде отдельных глав представлены метод исключения Гаусса, ортогональные проекции, положительно определенные матрицы, линейное программирование и теория игр. Автор знаком советским читателям по переводу его (в соавторстве с Дж. Фиксом) «Теории метода конечных элементов» (М.: Мир, 1977).Книга, несомненно, окажется полезной математикам-прикладникам различных специальностей; она заинтересует также и преподавателей, аспирантов и студентов университетов и втузов, преподающих или изучающих линейную алгебру и ее приложения.

ISBN 978-5-458-26374-0

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

От редактора перевода

Традиционные курсы линейной алгебры, читаемые в высших учебных заведениях, и соответствующие учебные пособия, как правило, мало затрагивают прикладную сторону предмета. Но в то же время линейная алгебра служит основой всех методов вычислительной математики, являясь в этом смысле чисто прикладной наукой.

Предлагаемая вашему вниманию книга написана известным американским математиком Гильбертом Стренгом на основе курса лекций для студентов Массачусетского технологического института, который читался им с учетом именно этих обстоятельств, и это оказало существенное влияние как на стиль изложения материала, так и на его выбор. Например, в виде отдельных глав здесь представлены метод исключения Гаусса, положительно определенные матрицы и даже линейное программирование, и в то же время жорданова форма матрицы и линейные преобразования рассматриваются в виде кратких приложений. В книге рассматриваются также вопросы об ортогональном проектировании векторов на подпространства и дается представление о методе конечных элементов, который в настоящее время становится основным средством приближенного решения уравнений математической физики. Отдельная глава посвящена вычислениям с матрицами и, в частности, итерационным методам решения систем линейных алгебраических уравнений, играющим важную роль в вычислительной математике.

Каждая глава содержит большое число примеров и упражнений, которые также призваны способствовать развитию у читателя навыков в решении прикладных задач.

Написанная доступным языком, эта книга, несомненно, окажется полезной для широкого круга читателей: математиков-прикладников, аспирантов и студентов многих специальностей университетов и втузов. Она заинтересует также преподавателей курсов линейной алгебры — как с точки зрения методологии, так и с точки зрения максимальной приближенности теории к приложениям.

Перевод глав 1, 2, 6, 7 выполнен Ю. А. Кузнецовым, глав 3, 4, 5, 8 и приложений — Д. М. Фаге.

Г. И. Марчук

Предисловие

Я считаю, что линейная алгебра преподается сейчас слишком абстрактно. Конечно, это утверждение спорно и, быть может, слишком спорно, чтобы быть верным. Но я убежден, что настоящее руководство должно объяснять существо линейной алгебры и развивать математическое мышление читателей — ведь этот предмет столь же фундаментален, как математический анализ, столь же полезен и имеет такие же богатые приложения. Кроме того, линейная алгебра доступнее анализа, и это обстоятельство слишком важно, чтобы им пренебрегать.

Разумеется, нынешнее состояние дел с линейной алгеброй вполне объяснимо. Ее преподавание дает прекрасную возможность иллюстрировать точность математических рассуждений и построения доказательств. Это достоинство я сознаю, ценю и надеюсь сохранить, и мне всегда было приятно читать лекции именно в таком стиле. Однако, когда я начал экспериментировать в Массачусетском технологическом институте с различными вариантами курса, я обнаружил еще одно его достоинство: преподавание линейной алгебры не только позволяет иллюстрировать единство двух важнейших черт математики — абстрактности и приложимости, но и постоянно побуждает подчеркивать это единство.

Так повелось, что большинство изучающих линейную алгебру вязнет в абстракциях и не доходит до приложений. И очень многие студенты, особенно нематематических отделений, вовсе не выбирают этот курс. Даже самые способные наши студенты приобретают тенденцию к постижению абстракций, но остаются беспомощными в вычислениях — например, они решают системы линейных уравнений по правилу Крамера, а собственные значения понимают только как корни характеристических уравнений. В силу всего этого возникает сильное желание сделать преподавание нашего предмета более полезным и более доступным.

Мы надеемся изложить курс линейной алгебры так, чтобы его изучение приобрело смысл для широких кругов студентов самых разных уровней. Это, конечно, не означает, что мы задумали написать своего рода поваренную книгу по алгебре — предмет заслуживает большего. Мы просто концентрируем внимание не на строгости изложения ради ее самой, а на сути понятий, всюду стараясь скорее объяснить, нежели доказать. Некоторые определения вводятся формально, но многие появляются в процессе обсуждения. Точно так же строги и точны лишь некоторые, а не все доказательства. Разумеется, в каждом случае имеется строгая теория, которая лежит в основе изложения; она должна быть разъяснена и подкреплена примерами.

При построении любого курса имеется специфическая трудность, которую нельзя отложить на более поздний срок: с чего начать курс? Большинство студентов начинают его слушать, уже имея некоторые представления о линейных уравнениях. Тем не менее мы убеждены, что изучение линейной алгебры должно начинаться с основной задачи о решении системы n уравнений с n неизвестными, причем решаться эта система должна простейшим и наиболее употребительным способом — методом исключения Гаусса (а не по правилу Крамера!). К счастью, несмотря на простоту этого метода, имеется ряд моментов, которые являются центральными для его понимания и новыми почти для каждого студента. Наиболее важно то, что метод исключения эквивалентен матричному разложению: матрица коэффициентов разлагается в произведение треугольных матриц. Это является прекрасным введением к матричным обозначениям и к правилу умножения матриц.

Другая трудность состоит в правильном выборе темпа изложения. Если предполагать, что операции с матрицами уже знакомы студенту, то материал первой главы нужно излагать не слишком медленно, поскольку следующая глава потребует от читателя значительных усилий. Ее цель состоит в том, чтобы объяснить смысл уравнения $Ax=b$ глубже, чем позволяет метод исключения. Я считаю, что введение четырех основных подпространств—пространства столбцов матрицы A, пространства ее строк и их ортогональных дополнений (двух нуль-пространств) — дает эффективный способ построения примеров линейной зависимости и независимости, а также хорошо иллюстрирует идеи базиса, размерности и ранга. Кроме того, с помощью понятия ортогональности обычная геометрия трехмерного пространства естественным образом распространяется на n-мерный случай. И, разумеется, эти четыре основных подпространства служат ключом к пониманию уравнения $Ax=b$.

Главы 1—5 являются сердцевиной курса линейной алгебры.