

Козел С.М.

Сборник задач по физике

Задачи МФТИ

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
К59

Козел С.М.
К59 Сборник задач по физике: Задачи МФТИ / Козел С.М. – М.: Книга по Требо-
ванию, 2013. – 189 с.

ISBN 978-5-458-35537-7

В настоящий Сборник включены задачи, предлагав-
шиеся в течение многих лет студентам Московского физико-технического института на экзаменах
по фи- зике. Инициатива издания настоящего Сборника главным образом
принадлежит заведующему кафедрой физики проф. С. П. Капице.

ISBN 978-5-458-35537-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2013

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2013

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ОТ АВТОРОВ

В настоящий Сборник включены задачи, предлагавшиеся в течение многих лет студентам Московского физико-технического института на экзаменах по физике. Инициатива издания настоящего Сборника главным образом принадлежит заведующему кафедрой физики проф. С. П. Капице.

Составители отобрали и отредактировали для Сборника те задачи из обширного архива кафедры физики МФТИ, которые казались наиболее интересными с физической точки зрения. В целом в Сборнике довольно высок удельный вес задач повышенной трудности. Поэтому многие задачи, включенные в Сборник, снабжены решениями или подробными указаниями. Вместе с тем было признано целесообразным в ряде случаев не указывать ход решения и ограничиться приведением только окончательных ответов. В Сборнике предпочтительно использована система единиц СИ, а также абсолютная гауссова система.

Следует отметить, что большинство задач, включенных в Сборник, являются оригинальными. В разные годы они были предложены преподавателями кафедры физики МФТИ. В этом смысле Сборник можно рассматривать как коллективный труд всей кафедры, хотя вся ответственность за возможные недосмотры целиком ложится на авторов. Работа между авторами была распределена следующим образом: разделы III и IV подготовлены С. М. Козелом, разделы II, VI и VII — Э. И. Рашба, а разделы I, V и VIII — С. А. Славатинским. Значительное количество задач, включенных в Сборник, было предложено наряду с авторами профессорами М. Д. Галаниным, А. Д. Гладуном, Л. Л. Гольдиным,

Б. Г. Ёрозолимским, С. П. Капицей, Л. А. Микаэляном, Л. В. Сивухиным, доцентами Д. Б. Диатроптовым, А. П. Кирьяновым, Л. Б. Луганским, А. В. Францессоном, И. Ф. Щеголевым и другими преподавателями кафедры физики. Авторы особенно благодарны доценту Д. А. Заикину за помощь, оказанную им при подготовке настоящего Сборника.

При работе над Сборником были широко использованы задачки по различным разделам физики, изданные в МФТИ внутренним тиражом в 1976—77 гг. Большой труд при подготовке этих задачников был выполнен Л. П. Баканиной, Н. С. Берюлевой, А. В. Степановым, М. А. Тулайковой и И. А. Фоминым. Основную работу по оформлению рукописи выполнили Т. А. Селиверстова и Л. Н. Шустова. Всем перечисленным лицам авторы выражают искреннюю благодарность. Мы благодарны также редактору книги Б. С. Беликову, замечания которого весьма способствовали улучшению рукописи.

При составлении Сборника авторы отдавали предпочтение задачам, приближенным к практике, родившимся под влиянием физического эксперимента. В таких задачах рассматриваются не идеализированные схемы, а реальные физические объекты. Многие задачи носят оценочный характер; они должны способствовать развитию у студентов ясности физического мышления и ощущения масштабов физических величин и явлений. При решении большинства задач необходимо не только формальное знание законов, но и достаточно широкий физический кругозор. В Сборнике имеется некоторое количество задач, не претендующих на оригинальность, но имеющих общефизический интерес.

Авторы рассчитывают, что настоящий Сборник окажется полезным студентам физических специальностей, аспирантам и преподавателям физики высших учебных заведений.

ЗАДАЧИ

I. МЕХАНИКА

1.1. Можно ли измерить гравитационную постоянную γ с относительной погрешностью $\delta = 10\%$, подкатывая свинцовый шар к пробному грузу, подвешенному к чашке пружинных аналитических весов с наивысшей относительной чувствительностью $\eta = 10^{-7}$ (0,1 мг/кг)?

1.2. Двойная звезда имеет период $T = 3$ года, а расстояние L между ее компонентами равно двум астрономическим единицам. Выразить массу звезды через массу Солнца.

1.3. Определить силу натяжения шнура длины $L = 63$ м, связывающего космонавта массы $m = 70$ кг со спутником, масса которого M много больше массы космонавта, при полете спутника по круговой орбите вблизи Земли. При каком расположении космонавта, спутника и Земли это натяжение будет наибольшим?

1.4. Определить массу планеты Марс по параметрам эллиптической орбиты советской автоматической станции «Марс-2», обращающейся вокруг этой планеты. Максимальное удаление станции от поверхности планеты в апогее $a = 25\,000$ км, минимальное удаление от поверхности планеты в перигее $b = 1380$ км, период обращения $T_M = 18$ ч 00 мин. Диаметр Марса $D_M = 6800$ км, необходимые параметры планеты Земля считать известными. При расчете за единицу массы принять массу Земли.

1.5. Считая Землю однородным шаром радиуса R_3 и плотности ρ , найти гравитационное давление p как функцию расстояния от центра Земли. Оценить давление в центре Земли, полагая $R_3 = 6370$ км, $\rho = 5,5$ г/см³.

1.6. Оценить приближенно разность расстояний от центра Земли до уровня моря на полюсе R_p и на экваторе R_e Земли, обусловленную вращением Земли.

1.7. Определить направление и числовое значение скорости v , с которой покинет Солнечную систему космический аппарат, запущенный с Земли со скоростью v_0 в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей центр Земли с центром Солнца, в сторону вращения Земли вокруг Солнца.

1.8. Найти минимальную скорость удара о поверхность Луны неуправляемого космического аппарата, выпущенного с Земли по траектории, соединяющей центры Земли и Луны.

1.9. Для звездного скопления оценить среднее время t между столкновениями двух звезд типа Солнца, если их средняя относительная скорость $u = 60$ км/с, а число звезд в кубическом световом годе $N \approx 10$. Уточнить понятие столкновения, которым вы пользуетесь. Масса и радиус Солнца равны соответственно $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг, $R_{\odot} = 7 \cdot 10^8$ м.

1.10. Два спутника A и B следуют друг за другом на расстоянии 45 км по общей круговой орбите вблизи Земли. Чтобы стыковаться, они должны сблизиться и продолжать движение по общей орбите. Какой простейшей последовательностью коротких включений двигателя отстающего спутника B можно осуществить этот маневр, если его двигатель ориентирован касательно к орбите и каждое включение может изменить его скорость на величину Δv , не превышающую 8 км/ч?

1.11. На высоте 200 км плотность атмосферы $\rho_a \approx 1,6 \cdot 10^{-11}$ кг/м³. Оценить силу сопротивления, испытываемого спутником с поперечным сечением $S = 0,5$ м² и массой $m = 10$ кг, летящим на этой высоте. Как изменится скорость и высота спутника за один оборот?

1.12. В одном из фантастических проектов предлагалось изменить скорость вращения Земли с помощью снаряда, запущенного по касательной к экватору. Какова должна быть разность $c - v$ скоростей света и снаряда, чтобы остановить вращение Земли вокруг собственной оси? Радиус Земли $R_3 = 6370$ км, масса $M_3 = 6 \cdot 10^{24}$ кг. Момент инерции Земли относительно оси вращения с учетом неоднородности ее плотности с большой точностью представляется формулой $I = M_3 R_3^2 / 3$. Сравнить кинетическую энергию снаряда с кинетической энергией вращения земного шара. Массу покоя снаряда принять равной $m = 10^6$ кг.

1.13. Определить мощность гипотетической фотонной ракеты, если бы она двигалась за пределами Солнечной системы с нерелятивистской скоростью и постоянным ускорением $a = 10 \text{ м/с}^2$. Масса ракеты $M = 10^3 \text{ кг}$. Сравнить мощность такой ракеты с мощностью Братской ГЭС (4,5 млн. кВт).

1.14. В игрушечную ракету наливается вода, занимающая малую часть внутренней полости ракеты. В остальную часть полости накачивается воздух до давления p . Оценить высоту подъема ракеты h , считая, что масса воды m много меньше массы ракеты M , время истечения воды много меньше времени полета, сечение сопла ракеты много меньше сечения полости.

1.15. Показать, что период T спутника, обращающегося вокруг планеты (или любого другого тела со сферически симметричным распределением масс) в непосредственной близости от ее поверхности, зависит только от средней плотности планеты ρ . Вычислить период такого спутника для нейтронной звезды, считая, что плотность вещества нейтронной звезды такая же, как и плотность вещества внутри атомных ядер ($\rho \approx 10^{14} \text{ г/см}^3$).

1.16. Около звезды с массой M по круговой орбите движется звезда — спутник с массой m , много меньшей M . В некоторый момент времени центральная звезда вспыхивает как сверхновая и выбрасывает массу qM . Считая, что эта масса выходит за орбиту спутника мгновенно, описать возможные виды последующего движения спутника.

1.17. Космический корабль подходит к Луне по параболической траектории, почти касающейся поверхности Луны. Чтобы перейти на стелящуюся круговую орбиту, в момент наибольшего сближения включают тормозной двигатель, выбрасывающий газы со скоростью 4 км/с относительно корабля в направлении его движения. Какую часть общей массы должно составить сожженное горючее? Оценить температуру горения, если удельная теплосмкость выбрасываемых газов $c_p = 2,2 \times 10^3 \text{ Дж/(К} \cdot \text{кг)}$.

1.18. Ракета стартует с вершины самой высокой лунной горы. Угол между направлением струи вылетающих газов и горизонтом поддерживается равным $\varphi = 0,1 \text{ рад}$. Скорость струи относительно ракеты $u = 4 \text{ км/с}$. Как

должна изменяться масса ракеты M в зависимости от времени, чтобы ракета двигалась горизонтально? За какое время τ она наберет первую космическую скорость? Во сколько раз за это время уменьшится масса ракеты? Какова будет перегрузка космонавтов? Радиус Луны $R_L = 1700$ км, ускорение свободного падения вблизи ее поверхности $g_L = 1,7$ м/с².

1.19. Спутник летит по круговой орбите на небольшом расстоянии от поверхности Земли. Масса спутника 50 кг. В спутник попадает и застревает в нем микрометеорит с массой 0,1 г, который летел к центру Земли со скоростью 80 км/с. Считая удар центральным, оценить разность между апогеем a и перигеем b новой орбиты спутника.

1.20. Оценить максимальную скорость, которую можно сообщить небольшому предмету в кабине спутника так, чтобы этот предмет в своем движении на протяжении периода или разу не стукнулся о стенки кабины. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите с периодом $T = 1,5$ ч. Радиус кабины $r_{\text{каб}} = 1,5$ м. Каков характер траектории движения предмета в кабине, если направление толчка лежит в плоскости орбиты?

1.21. По круговой окололунной орбите радиуса R , равного утроенному радиусу Луны R_L , вращается стартовая «платформа» с космическим кораблем. Корабль покидает «платформу» в направлении ее движения с относительной скоростью, равной первоначальной орбитальной скорости v_0 «платформы», после чего «платформа» падает на Луну. Определить угол φ , под которым «платформа» врежется в лунную поверхность, если масса «платформы» вдвое больше массы корабля m .

1.22. Определить минимальный запас топлива, необходимый для мягкой посадки ракеты на Луну. Тормозной двигатель включается на время τ на высоте h над Луной. Считать, что скорость ракеты на бесконечности гораздо меньше скорости v_0 на высоте h и что скорость v_0 ракета приобретает только за счет притяжения Луной. Скорость истечения газов относительно ракеты равна u , масса ракеты с топливом до начала работы двигателя равна m_0 . Считать, что $h \ll R_L$, где R_L — радиус Луны.

1.23. Маятниковые часы расположены на поверхности земли над тоннелем метро. Диаметр тоннеля $D =$

$= 2R = 10$ м, а его ось проходит на глубине $h = 15$ м. Принимая среднюю плотность грунта $\rho = 2$ г/см³, оценить относительное изменение периода часов, вызванное наличием тоннеля.

1.24. На какой угол φ наклонится автомобиль (рис. 1) при торможении? Центр масс расположен на равном расстоянии от передних и задних колес на высоте $h = 0,4$ м над землей. Коэффициент трения скольжения $f = 0,8$; расстояние между осями колес $l = 5h$. Упругость всех пружин подвески одинакова и такова, что у неподвижного автомобиля на горизонтальной площадке их прогиб $\Delta = 10$ см.

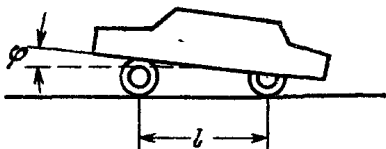


Рис. 1.

1.25. Гимнаст падает с высоты $h = 12$ м в упругую сетку. Во сколько раз максимальная сила, действующая на гимнаста со стороны сетки, больше его первоначального веса, если прогиб сетки под действием первоначального веса гимнаста $\Delta_0 = 1$ м?

1.26. α -частица, летящая со скоростью v_0 , испытывает упругое столкновение с неподвижным ядром и летит под углом 90° к первоначальному направлению движения. При каком соотношении масс α -частицы m и ядра M это возможно? Определить скорость α -частицы v и ядра u после столкновения. Определить также угол φ между направлением скорости вылетевшего ядра и первоначальным направлением движения α -частицы.

1.27. Во сколько раз энергия отдачи ядра при α -распаде Ra^{226} больше, чем при γ -распаде, если полная энергия, освобождаемая при α -распаде, $E_1 = 4,9$ МэВ, а при γ -распаде $E_2 = 0,2$ МэВ?

1.28. Может ли произойти ионизация атома цезия-133 ударом атома кислорода-16 с кинетической энергией $T_0 = 4$ эВ? Энергия ионизации цезия-133 равна 3,9 эВ.

1.29. При каких кинетических энергиях T α -частиц возможно их неупругое рассеяние на ядрах N^{14} , если энергия первого возбужденного состояния этого ядра $U = 2,31$ МэВ?

1.30. Как изменится ход карманных часов, если их положить на горизонтальный абсолютно гладкий стол? Считать, что ось крутильного маятника проходит через

центр часов, а момент инерции часов I_0 в 500 раз больше момента инерции маятника I .

1.31. В одной из ранних классических моделей электрон рассматривался как вращающийся шарик массы m , однородно заполняющей сферу радиуса $r_0 = e^2/mc^2$, где e — заряд электрона. Собственный момент количества движения (спин) электрона равен $\hbar/2$. Показать, что такая модель противоречит специальной теории относительности, так как линейная скорость вращения электрона v превышает скорость света c .

1.32. Оценить величину момента импульса L колеса велосипеда (взрослого размера), едущего со скоростью 30 км/ч. Какой момент сил M надо приложить, чтобы повернуть руль на 1 рад за 0,1 с?

1.33. На качелях, качающихся с небольшой угловой амплитудой φ_0 , сидит человек. Когда качели проходят положение равновесия, человек быстро встает, а в момент максимального отклонения — снова садится. На сколько изменится угловая амплитуда качелей за период? Центр масс человека поднимается и опускается на высоту h . Длина веревок качелей равна l . При расчетах считать, что $l \gg h$, а масса качелей пренебрежимо мала по сравнению с массой человека.

1.34. Теннисный мяч падает на тяжелую ракетку под углом 60° к нормали и упруго отражается. Масса мяча пренебрежимо мала по сравнению с массой ракетки. Как должна двигаться ракетка, чтобы мяч отразился под прямым углом к первоначальной траектории?

1.35. На вертикальной оси под углом φ к ней жестко закреплена штанга. На штанге на расстояниях l от точки закрепления расположены две одинаковые массы m . Ось вращается с угловой скоростью ω . Расстояния от точки закрепления штанги до подшипников оси равны a и b . Найти силы реакции подшипников.

1.36. Горизонтальный диск радиуса R и массы m подвешен в атмосфере некоторого газа на упругой нити с модулем кручения f на расстоянии h ($h \ll R$) от горизонтальной неподвижной поверхности. Найти коэффициент внутреннего трения η в газе по результатам измерения логарифмического декремента затухания d крутильных колебаний. Движение газа между диском и неподвижной поверхностью считать ламинарным; крайевыми эффектами пренебречь.

1.37. Обруч радиуса R бросают вперед со скоростью v_0 и сообщают ему одновременно угловую скорость ω_0 . Определить минимальное значение угловой скорости, при котором обруч после движения с проскальзыванием покатится назад. Найти значение конечной скорости v , если $\omega_0 > \omega_{0 \min}$. Трением качения можно пренебречь.

1.38. По шарiku массы m радиуса R (рис. 2), лежащему на горизонтальном столе, наносится короткий горизонтальный удар, сообщаящий ему импульс p . Высота удара над центром равна kR ($k \leq 1$). Найти энергию поступательного и вращательного движения шарика. При каком k шарик покатится без скольжения?

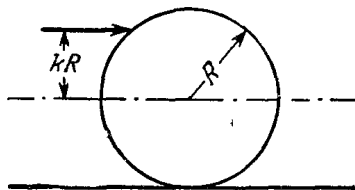


Рис. 2.

1.39. Табуретку наклоняют так, что она опирается на пол двумя ножками, и отпускают, после чего она падает на все четыре ножки. Оценить, на какое расстояние она продвинется по полу.

1.40. С автомобиля соскочило колесо и покатилося по земле. Наблюдение показало, что колесо описало по земле окружность радиуса R . Определить угол наклона оси колеса к горизонту. Автомобиль ехал со скоростью v . Вся массу колеса считать сосредоточенной на его периферии. Известно, что R много больше радиуса колеса.

1.41. Определить максимальное гироскопическое давление быстроходной турбины, установленной на корабле. Корабль подвержен килевой качке с амплитудой $\varphi = 9^\circ$ и периодом $T = 15$ с вокруг оси, перпендикулярной оси ротора. Ротор турбины, момент инерции которого $I = 1260 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, делает $n = 3000$ об/мин. Расстояние между подшипниками $l = 2$ м.

1.42. По внутренней поверхности вертикальной цилиндрической стенки едет мотоцикл. Чтобы обеспечить возможность движения в горизонтальной плоскости, к мотоциклу приделан маховик с моментом инерции I , вращающийся вокруг оси, которая вертикальна, когда мотоцикл стоит на земле. Масса мотоцикла с водителем равна m , а центр масс находится на расстоянии l от

поверхности стены (радиус цилиндрической стены много больше размеров мотоцикла). Каков должен быть коэффициент передачи вращения k от колес к маховику, чтобы мотоцикл мог двигаться без проскальзывания колес? Коэффициент трения между колесами и стенкой равен f . Радиус колеса равен r .

1.43. Стержень длины $2l$, наклоненный к горизонту под углом φ , падает, не вращаясь, с некоторой высоты (рис. 3) на горизонтальный стол и ударяется о поверхность стола.

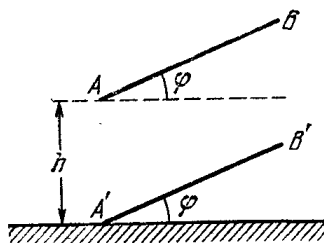


Рис. 3.

Удар считать упругим. Найти скорость центра масс и угловую скорость вращения сразу после удара.

1.44. Одним из абсолютных методов определения энергии, излучаемой импульсными квантовыми генераторами, является измерение механического импульса, возникающего при отражении или поглощении света

твердой поверхностью. Для этой цели можно использовать крутильный баллистический маятник. Рассчитать период колебаний такого маятника с чувствительностью $\eta = 10 \text{ мм}/(\text{Дж} \cdot \text{м})$. Момент инерции маятника принять равным $I = 2 \cdot 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, а расстояние от оси вращения до отражающего зеркала $r = 50 \text{ мм}$. Вычислить диаметр D кварцевой нити подвеса длиной $l = 0,1 \text{ м}$, позволяющей обеспечить такую чувствительность. Модуль сдвига кварца $G = 10^{11} \text{ Н/м}^2$.

1.45. Два одинаковых стальных бруска длиной $l = 0,1 \text{ м}$ и сечением $10 \times 10 \text{ мм}^2$ (плотность $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$) сталкиваются торцами. Рассматривая упругие волны, оценить время соударения брусков. При каких скоростях брусков возникнут неупругие явления, если предел упругости стали $p = 2 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2$?

1.46. Оценить время соударения футбольного мяча при слабом ударе о стенку.

1.47. Быстро вращающийся однородный шар (угловая скорость ω_0) положен на горизонтальную доску так, что его ось вращения составляет с вертикалью угол φ . Определить скорость шара v и угловую скорость ω его вращения, которые устанавливаются после того, как