

Э. Чезаре

**Элементарный учебник
алгебраического анализа и
исчисления бесконечно малых**

Часть 1

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 51
ББК 22.1
Э1

Э1 **Э. Чезаре**
Элементарный учебник алгебраического анализа и исчисления бесконечно малых: Часть
1 / Э. Чезаре – М.: Книга по Требованию, 2024. – 648 с.

ISBN 978-5-458-25183-9

Концептуальнейшая книга. На старорусском! Если пофиксить "яти", будет конечно
поменьше размером. В книге шестой рассказывается о дифференциальном исчислении.
Великолепный образчик математической мысли начала века."

ISBN 978-5-458-25183-9

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг — не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель — вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания — решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Предисловіе автора къ нѣмецкому изданію.

Важнѣйшею вѣтвью математическихъ наукъ, безъ сомнѣнія, можно считать ту, которая, пользуясь возможностью увеличивать и уменьшать по произволу числа, и принимая во вниманіе существующія между ними зависимости, устанавливаетъ систему аналитическихъ пріемовъ, примѣняемыхъ, какъ въ геометрическихъ изслѣдованіяхъ, такъ и при изученіи явленій природы. Эта вѣть носитъ названіе *Анализа* *безконечно-малыхъ*. Въ настоящей книгѣ (предназначавшейся первоначально исключительно для моихъ учениковъ) она и излагается элементарнымъ способомъ на твердой основѣ *Алгебраическаго Анализа*, начала котораго я сперва и сообщаю, опираясь на параллельно читаемый курсъ *Аналитической Геометріи*.

Что касается принциповъ, которымъ въ моемъ преподаваніи я придаю меньше значенія, чѣмъ приложеніямъ ихъ, то читатель можетъ подробнѣ ихъ изучить по превосходнымъ руководствамъ другихъ ученыхъ: Lipschitz, Dini, Hermite, Weber, Stolz, Genocchi, Peano, Tannery, Jordan, d'Arcais, Arzela и другихъ. Я же стараюсь вести читателя быстрымъ и вѣрнымъ путемъ къ обильной жатвѣ аналитическихъ и геометрическихъ фактовъ.

Я очень благодаренъ издателю, Б. Тейбнеру, за лестное для меня предложеніе разрѣшить нѣмецкій переводъ моей книги. Въѣстъ съ тѣмъ считаю долгомъ публично выразить мою живѣйшую признательность моему уважаемому коллегѣ профессору университета въ Грейфсвальдѣ *) Герхардту Ковалевскому за превосходное выполненіе перевода.

*) Впослѣдствіи въ Боннѣ.

Я надѣюсь, что мои и его труды будутъ вознаграждены благосклоннымъ отношеніемъ къ этой книгѣ со стороны нѣмецкаго юношества, которому она исключительно предназначена. Мы предлагаемъ ему этотъ учебникъ, какъ собраніе задачъ для упражненій, на фонѣ изложенія (хотя и не вполне исчерпывающаго) главнѣйшихъ частей Алгебраическаго Анализа и Анализа бесконечно малыхъ.

Э. Чезаро.



Отъ редактора русскаго перевода.

Учебникъ Анализа бывшаго профессора Неаполитанскаго Университета Э. Чезаро (E. Cesàro † 1906) появился въ печати въ 1904 году, въ нѣмецкомъ переводѣ съ рукописи автора, слѣланномъ профессоромъ Университета въ Грейфсвальдѣ, Г. Ковалевскимъ. Эта книга представляетъ собою соединеніе двухъ руководствъ того-же автора, изданныхъ на итальянскомъ языкѣ, съ нѣкоторыми измѣненіями и дополненіями, а именно: *Corso di analisi algebrice* (1894 г.) и *„Elementi di calcolo infinitesimale“* (1899 г.). Черезъ годъ по выходѣ въ свѣтъ нѣмецкаго изданія вышло второе изданіе „Elementi“ на итальянскомъ языкѣ, представляющее собою почти буквальное воспроизведеніе нѣмецкаго, лишь дополненное нѣсколькими новыми примѣрами. Публикуемое нами русское изданіе есть обработанный переводъ съ нѣмецкаго, при чемъ приняты во вниманіе и дополненія изъ второго изданія „Elementi“.

По выходѣ въ свѣтъ перваго ихъ изданія извѣстный математикъ педагогъ Таннери (J. Tannery), вице-директоръ Парижской Нормальной Школы, въ рецензій, помѣщенной въ XXIII томѣ *Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques* за 1899 г., между прочимъ, говорить:

„Книга Э. Чезаро окажетъ драгоцѣнныя услуги учащимся. Принципы изложены въ ней строго, приемы вычисленія тщательно разъяснены. Читатель можетъ ихъ усвоить на многочисленныхъ примѣрахъ и упражненіяхъ, помѣщенныхъ въ книгѣ. Эти упражненія, по способу ихъ обработки, представляютъ собою образцы изящества, и не могутъ не возбудить у читателя научной любо-

знательности и интереса къ научнымъ работамъ“. Отъ читателя книги Чезаро не требуется иныхъ свѣдѣній, кромѣ обыкновеннаго курса Математики нашей средней школы и курса Аналитической Геометріи, въ томъ объемѣ, въ какомъ она обыкновенно читается въ нашихъ Университетахъ. Однако, мѣстами весьма сжатое изложене могло бы затруднить читателя, обладающаго среднею подготовкою, а потому, издавая русскій переводъ, мы сочли полезнымъ снабдить его различными примѣчаніями и дополненіями, имѣющими цѣлью сдѣлать книгу по возможности общедоступною.

Особое вниманіе читателя мы обращаемъ на упражненія, которыми книга весьма щедро надѣлена. Самъ авторъ, какъ видно изъ его предисловія, придаетъ имъ главное значеніе. Указывая въ главныхъ чертахъ ходъ рѣшенія, онъ тѣмъ не менѣе оставляетъ, читателю еще довольно мѣста для самостоятельной работы, а сообщая въ этихъ упражненіяхъ весьма интересные и важные результаты, онъ быстрымъ путемъ вводитъ читателя въ различныя отрасли Анализа. Упражненія въ книгѣ Чезаро составляютъ одно органическое цѣлое съ теоретическою частью, дополняя и разъясняя послѣднюю.

Объемъ книги, самъ по себѣ довольно большой, еще увеличился отъ присоединенія вышеупомянутыхъ примѣчаній и дополненій; поэтому мы рѣшили издать книгу въ двухъ томахъ. Первый обнимаетъ собою первыя пять книгъ (главъ) оригинала и представляетъ собою какъ бы введеніе въ Анализъ безконечно малыхъ; второй будетъ въ себѣ заключать собственно Дифференціальное и Интегральное Ичисленія съ ихъ приложеніями къ Геометріи.

Римскія цифры (I, II, и т. д.), встрѣчающіяся въ текстѣ, отсылаютъ читателя къ тѣмъ примѣчаніямъ, которыя мы нашли болѣе удобнымъ выдѣлить въ особые отдѣлы послѣ каждой книги оригинала. Мелкія редакціонныя примѣчанія помѣщены въ видѣ выносокъ подъ знаками *); знаки ¹⁾, ²⁾ и т. д. относятся къ подстрочнымъ примѣчаніямъ, принадлежащимъ автору.

Ссылки автора на иностранныя руководства по элементарной Математикѣ, замѣнены вездѣ, гдѣ было возможно, ссылками на русскія руководства, оригинальныя или переводныя.

Въ работѣ моей, какъ редактора, дѣятельную и весьма цѣнную помощь мнѣ оказывалъ Г. М. Фихтенгольцъ. На немъ лежалъ отвѣтственный трудъ чтенія послѣдней, ревизіонной корректуры; кромѣ того, я ему обязанъ многими, очень цѣнными замѣчаніями, которыми я неоднократно пользовался, и за которыя приношу ему мою глубокую благодарность.

К. Моссе.



ОГЛАВЛЕНИЕ.

СТР.

Предисловіе автора	VII—VIII
Отъ редактора	IX—XI

Книга первая: Теорія опредѣлителей. Линейныя и квадратичныя формы.

1. Теорія опредѣлителей	1—42
Подстановки	1— 5
Матриссы и опредѣлители	5—10
Миноры	10—13
Вычисленіе опредѣлителей	14—22
Умноженіе матрисъ	22—29
Взаимные опредѣлители	29—37
Свойства нѣкоторыхъ опредѣлителей особаго вида	37—42
2. Линейныя формы	42— 63
Линейныя уравненія	42— 50
Системы линейныхъ формъ	50— 56
Линейныя преобразованія	56— 63
3. Квадратичныя формы	64— 86
Основные понятія изъ теоріи квадратичныхъ формъ	64— 68
Инвариантныя свойства	68— 73
Каноническія выраженія формъ	73— 86
4. Примѣчанія къ первой книгѣ	87—105

Книга вторая: Ирраціональныя числа. Предѣлы. Безконечныя ряды и произведенія.

1. Ирраціональныя числа	109—118
Основные понятія	109—114
Дѣйствія надъ ирраціональными числами	114—118
2. Теорія предѣловъ	118—152
Стремленіе къ предѣлу	118—123
Основные теоремы	123—135

	СТР.
Упражнения на вычисленіе предѣловъ	135—145
Границы и предѣлы числовыхъ ансамблей	145—152
3. Теорія рядовъ	152—223
Основные опредѣленія и примѣры	152—159
Основные теоремы	159—165
Сравненіе рядовъ съ положительными членами	166—169
Спеціальныя признаки сходимости	170—181
Упраженія и приложенія	181—196
Вліяніе перемѣны порядка членовъ на характеръ ряда	196—204
Дѣйствія надъ рядами	204—208
Двойные ряды	208—218
Безконечныя произведенія	219—223
4. Примѣчанія ко второй книгѣ	224—238

Книга третья: Теорія функцій.

1. Функціи отъ одной перемѣнной	241—268
Основные понятія	241—249
Стремленіе къ предѣлу	249—254
Непрерывность	255—268
2. Теорія производныхъ	269—314
Разысканіе производныхъ	269—281
Свойства производныхъ	282—298
Дополненія къ теоріи предѣловъ	298—307
Исслѣдованіе функцій	307—314
3. Разложенія въ ряды	315—373
Ряды функцій	315—323
Разложенія въ степенные ряды	324—339
Асимптотическія изображенія степенныхъ рядовъ	339—350
Интерполяціонныя формулы	351—357
Бернулліевы и Эйлеровы числа	357—373
4. Функціи отъ нѣсколькихъ перемѣнныхъ	374—395
Основные понятія и разысканія производныхъ	374—381
Разложенія въ ряды. Махіта и мініта	381—395
5. Примѣчанія къ третьей книгѣ	396—429

Книга четвертая: Комплексныя числа и кватерніоны.

1. Комплексныя числа	433—461
Основные понятія	433—438
Предѣлы, ряды и функціи	438—446
Важныя трансцендентныя функціи	446—453
Геометрическія упражненія	454—461
2. Кватерніоны	462—472
3. Примѣчанія къ четвертой книгѣ	473—477

Книга пятая: Алгебраическія уравненія.

1. Существованіе и счетъ корней	481—561
Исключеніе (Elimination)	481—488
Существованіе корней	488—496
Общіе корни двухъ уравненій и кратные корни	496—501
Упражненія и приложенія	502—511
Симметрическія функціи и многозначныя функціи	511—522
Вычисленіе инвариантовъ и другія приложенія	522—538
Счетъ корней	538—551
Теорема Штурма	552—561
2. Рѣшеніе уравненій	561—603
Численное рѣшеніе	561—568
Приближенное вычисленіе корней	568—578
Алгебраическое рѣшеніе	579—594
Теорема Руффини	594—603
3. Примѣчанія къ пятой книгѣ	604—627
Предметный указатель	629—632



