

А.П. Юшкевич

История математики

**Том 1. С древнейших времен до начала нового
времени**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 001
ББК 72
А11

А11 **А.П. Юшкевич**
История математики: Том 1. С древнейших времен до начала нового времени / А.П. Юшкевич – М.: Книга по Требованию, 2023. – 351 с.

ISBN 978-5-458-26591-1

ISBN 978-5-458-26591-1

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие.	7
П е р в а я ч а с т ь .	
М А Т Е М А Т И К А В Д Р Е В Н О С Т И	
<i>Первая глава. ДОИСТОРИЧЕСКИЕ ВРЕМЕНА</i> (Э. И. Березкина, Б. А. Розенфельд).	9
Возникновение понятия числа (9). Возникновение числовых обозначений (12). Возникновение понятий о геометрических фигурах (13)	
<i>Вторая глава. ДРЕВНИЙ ЕГИПЕТ</i> (Э. И. Березкина, А. П. Юшкевич)	16
Древнейшие цивилизации (16). Древний Египет (17). Источники (17). Египетская нумерация (21). Математические знания египтян (21). Искусство счета (23). Египетские дроби (25). Красные числа (27). Задачи на «аха» (29). Прогрессии (30). Геометрические знания (30). Вычисление площади круга (31). Объем пирамиды (32). Значение математики древнего Египта (33)	
<i>Третья глава. ВАВИЛОН</i> (Э. И. Березкина, А. П. Юшкевич)	34
Древнее Двуречье (34). Источники (35). Вавилонская нумерация (36). Вычислительная техника (37). Арифметические задачи (40). Арифметические прогрессии в астрономии (40). Алгебраические методы (42). Квадратные уравнения (42). Приближенное вычисление корней (46). Геометрия у вавилонян (47). Теорема Пифагора (49). Правильные многоугольники (51). Подобие и пропорциональность (53). Теоретико-числовые задачи (54). Значение математики древнего Вавилона (56)	
<i>Четвертая глава. ДРЕВНЯЯ ГРЕЦИЯ</i> (И. Г. Башмакова)	58
Греческое чудо (58). Греческая наука (59). Греческие нумерации (62). Фалес (64). Школа Пифагора (66). Арифметика целых чисел (68). Арифметика дробей и первая теория отношений (70). Несовместимость (72). Первые иррациональности (74). Классификация иррациональностей Тейтета (74). Теория делимости (75). Первый критерий несоизмеримости (77). Геометрическая алгебра (78). Алгебра древних и геометрия циркуля и линейки (81). Первые неразрешимые задачи (82). Кубические уравнения (86). Парадоксы бесконечного (87). Демокрит (93). Евдокс (94). Отношения и числа (98). «Метод истощения» (101)	
<i>Пятая глава. ЭЛЛИНИСТИЧЕСКИЕ СТРАНЫ И РИМСКАЯ ИМПЕРИЯ</i> (И. Г. Башмакова).	106
Наука в эллинистических странах (106). Евклид (107). «Начала» Евклида (108). Аксиоматика (109). Тринадцать книг «Начал» (111). Архимед (114). Интегральные методы Архимеда (117). Дифференциальные методы Архимеда (124). Другие математические работы Архимеда (128). Архимед и математика Нового времени (128). Аполлоний (129). «Конические сечения» Аполлония (130). Эпигоны (139). Римские завоевания (140). Герон Александрийский (141). Менелай Александрийский (141). Клавдий Птолемей (142). Алгебра Диофанта (144). Диофантовы уравнения (146). Закат античной математики (151). Значение греческой математики (152)	

Вторая часть.

МАТЕМАТИКА В СРЕДНИЕ ВЕКА

ВВЕДЕНИЕ	154
Первая глава. КИТАЙ (Э. И. Березкина).	156
Древний и средневековый Китай (156). Китайская нумерация (157). Арифметические действия (160). «Математика в девяти книгах» (161). Дроби (162). Правило двух ложных положений (163). Системы линейных уравнений со многими неизвестными (165). Отрицательные числа (167). Квадратные уравнения (169). Метод тянь-юань (171). Теоретико-числовые задачи (174). Интерполирование (174). Суммирование рядов (175). Геометрические задачи (175). Значение математики древнего и средневекового Китая (178)	
Вторая глава. ИНДИЯ (А. И. Володарский).	179
Древняя и средневековая Индия (179). Индийская нумерация (181). Арифметические действия (183). Дроби (185). Задачи на пропорции (187). Алгебра (188). Отрицательные и иррациональные числа (190). Линейные уравнения (191). Квадратные уравнения (192). Неопределенные уравнения (194). Теорема Пифагора (196). Площади и объемы (197). Тригонометрия (199). Бесконечные ряды (201). Значение математики Индии (04)	
Третья глава. СТРАНЫ ИСЛАМА (Б. А. Розенфельд, А. П. Юшкевич) .	205
Арабский халифат (205). Арабские нумерации (209). Арифметические действия (211). Дроби (212). Извлечение корней и «бином Ньютона» (214). Теория отношений и действительные числа (216). Арифметические задачи (218). Алгебра; квадратные уравнения (219). Кубические уравнения (222). Теория чисел (227). Геометрические вычисления (229). Геометрические построения (229). Теория параллельных (231). Тригонометрия (234). Инфинитезимальные методы (238). Значение математики стран ислама (243)	
Четвертая глава. СРЕДНЕВЕКОВАЯ ЕВРОПА (Б. А. Розенфельд, А. П. Юшкевич).	245
Феодализм в Европе (245). Математика в Византии (249). Математика в Грузии и Армении (250). Древнерусская нумерация (252). Древнерусские математические сочинения (252). Первые математические сочинения в Западной Европе (254). Распространение позиционной арифметики (256). Переводы с арабского и греческого (257). Первые университеты (259). Леонардо Пизанский (260). Иордан Неморарий (267). Развитие физики (269). Томас Брадвардин (270). Ричард Суайнхед (273). Николь Орем (275)	
Пятая глава. ЭПОХА ВОЗРОЖДЕНИЯ (Б. А. Розенфельд, А. П. Юшкевич).	284
Лука Пачоли (286). Никола Шюке (289). Коссисты (290). Решение уравнений третьей и четвертой степеней (292). Мнимые величины (296). Михаэль Штифель (298). Формула бинома (300). Десятичные дроби и алгебраические обозначения Стевина (301). Иррациональные числа (304). Дробные показатели (306). Алгебра Петра Рамуса (307). Алгебра Франсуа Виета (308). Отрицательные числа (315). Тригонометрия (317). Теория перспективы (321). Леонардо да Винчи (323). Альбрехт Дюрер (324). Теория параллельных линий (325). Значение математики эпохи Возрождения (326)	
БИБЛИОГРАФИЯ	327
ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ	343

ПРЕДИСЛОВИЕ

В настоящем сочинении изложена история математики до начала XIX в. Написанный коллективом советских ученых, этот труд отражает основные общие установки советской школы историков математики. Поступательное движение математики рассматривается не только как процесс создания все более совершенных идей и методов исследования пространственных форм и количественных отношений действительного мира, но и как социальное явление. Раз уже возникшие математические структуры всегда развиваются в той или иной мере самостоятельно, но это саморазвитие происходит в условиях и на основе практической деятельности людей и определяется, иногда непосредственно, иногда в конечном счете, потребностями общества.

Учитывая эти обстоятельства, авторы ставили своей задачей, с одной стороны, установить движущие силы прогресса математики и с этой целью исследовали ее взаимосвязь с общественным базисом, техникой, естественными науками, философией. С другой стороны, анализируя внутренний ход событий в истории математики, авторы стремились оценить достижения прежних времен с точки зрения нынешнего состояния и тенденций науки. Это, естественно, влечет за собой во многих случаях пересмотр прежних оценок. Так, успехи современной теории чисел и алгебраической геометрии приводят к новому пониманию открытий Диофанта, теория суммирования рядов заставляет иначе, чем это делалось еще недавно, подойти к эйлеровой концепции расходящихся рядов, а бурный расцвет вычислительной математики породил гораздо большее, чем прежде, внимание к приближенным методам старых времен.

В решении всех этих задач авторам приходилось преодолевать немалые трудности. Это в полной мере относится к их стараниям дать марксистский анализ проблем возникновения и развития отдельных математических наук. Здесь, как и в ряде других случаев, авторы должны были многие вопросы решать впервые. Конечно, они не претендуют на то, что их решения являются окончательными.

Историю математики можно писать в различных планах. Можно было бы положить во главу угла историю отдельных задач или идей, прослеживая их по отдельности, или творчество отдельных великих людей либо научных школ, или же достижения отдельных народов и т. д. В данном труде на первом плане стоит развитие математики как единого целого. Поэтому главное место занимает история основных понятий, методов и

алгоритмов в их внутренних взаимодействиях и последовательном развитии во времени, которое мы подразделяем, как принято обычно в общей истории. Изложение других сторон исторического процесса подчинялось этой общей цели, и они освещены либо по ходу дела, либо в общих характеристиках соответствующих эпох. Мы не скидываем со счета «человеческий фактор» истории науки, но биографии в книге невелики, а о менее значительных ученых сообщаются только годы жизни и другие основные сведения.

Труд разделен на три тома. Первый посвящен древности (первая часть), Средним векам и эпохе Возрождения (вторая часть), второй — XVII в. и третий — XVIII в. Поскольку книга предназначена для широкого круга читателей, знакомых с математикой в объеме, не превосходящем курс высших технических школ, мы должны были оставить в стороне многие подробности, с которыми желающие могут ознакомиться по литературе, приведенной в конце каждого тома. Те математические понятия, которые, по нашему предположению, могут быть незнакомы читателю, пояснены в ходе изложения. Для удобства пользования книгой в каждом томе имеется именной указатель; в нем дана и оригинальная транскрипция имен. Слова в квадратных скобках в цитатах являются вставками, сделанными для ясности.

Авторский коллектив нашего труда состоит из двенадцати человек. В редакционной подготовке этого издания участвовали, кроме нижеподписавшегося, Б. А. Розенфельд и А. И. Володарский. При этом ставилась задача придать всему изложению возможно более единый характер, но, разумеется, полностью сгладить личные особенности стиля было невозможно, да вряд ли и требовалось. В подавляющем большинстве случаев взгляды авторского коллектива были едины; в отдельных случаях личные мнения того или иного автора выражены в такой форме, что их принадлежность очевидна.

Именные указатели составлены А. Ф. Лапко.

Авторы благодарны Ф. А. Медведеву, прочитавшему всю рукопись и сделавшему много полезных замечаний, Н. А. Зиминой, помогавшей при изготовлении иллюстраций, Н. Г. Хайретдиновой, оказавшей большую помощь при оформлении рукописи. В получении фотографий портретов английских математиков, хранящихся в различных музеях и частных коллекциях, широкое содействие оказал куратор Музея истории науки в Оксфорде доктор Ф. Р. Меддисон, а многие портреты французских математиков нам любезно предоставила г-жа Ж. Гожа из Архива Академии наук Института Франции. Доктор Меддисон и профессор Г. Фрейденталь (Утрехт) дали ряд ценных советов относительно произношения многих английских и голландских фамилий. Всем им мы также выражаем свою искреннюю признательность.

А. П. Юшкевич

П Е Р В А Я Ч А С Т Ь

МАТЕМАТИКА В ДРЕВНОСТИ

ПЕРВАЯ ГЛАВА

ДОИСТОРИЧЕСКИЕ ВРЕМЕНА

Возникновение понятия числа

Такие основные математические понятия, как число или простейшие геометрические фигуры, возникли задолго до появления математических текстов. Понятия числа и геометрической фигуры, которые представляются нам очень простыми и привычными, на самом деле являются абстрактными понятиями, которые могли образоваться только в результате длительной умственной работы. Подобно тому, как понятия дуба и сосны появляются намного раньше общего понятия дерева, так и понятия двух рук и пяти пальцев возникают намного раньше общих понятий двух и пяти.

Когда первобытному охотнику нужно было узнать, все ли собаки в своре на месте, он не считал их, а просто, окинув взором свору, видел, какой собаки не хватает. Такой «чувственный счет», доступный даже утке чувствующей, весь ли ее выводок следует за ней к водоему, существовал задолго до возникновения счета.

Первым шагом к возникновению счета было установление, как мы сейчас говорим, «взаимно однозначного соответствия» между считающимися предметами и некоторым другим множеством. Оба сравниваемых множества предметов могут быть заранее неизвестны; например, при обмене между первобытными племенами обмениваемые предметы просто раскладывались в два ряда, так что взаимно однозначное соответствие между ними устанавливалось фактически. Именно так описывает Дж. Морган обмен утрей на корни у австралийских племен. Затем появляются своего рода эталоны счета — естественные, как пять пальцев на руке, или искусственные, как специально приспособленные для этой цели палочки или камешки. Именно появление множества-эталона, символизирующего какое-нибудь конкретное число, привело к возникновению понятия числа. Судя по этнографическим и лингвистическим данным, первые множества-эталоны были естественными. Любой человек знал, что на небе Луна одна, у человека два глаза и на руке пять пальцев. Не удивительно поэтому, что этими словами он стал обозначать числа 1, 2 и 5. В таких случаях говорили, что предметов столько, сколько Лун, сколько глаз или сколько пальцев на руке. Подобное понятие числа вполне соответствует тому уровню развития языка у некоторых малоразвитых народов, когда в нем еще

отсутствуют абстрактные прилагательные типа «круглый», «черный», — вместо этих слов употребляются сравнения: «как Луна», «как вороново крыло». Пережиток этой системы мы встречаем в древней индийской словесной системе счисления, где единица называлась Луной, Землей, Брахмой, два — близнецами, глазами, руками, пять — чувствами, стрелами бога любви Камадевы, шесть — запахами, семь — горами, восемь — богами и т. д.

Этот этап счета при помощи «конкретных» чисел сменился следующим, когда из всего разнообразия совокупностей была выбрана одна, наиболее пригодная для счета. Очевидно, удобнее было пользоваться такой совокупностью, в которую входили более или менее однородные предметы, например пальцы рук. Если их не хватало, в ход шли пальцы ног. Так, у индейцев племени абипонов число 5 называлось «рука», 10 — «две руки», 20 — «руки и ноги»; в названии 4 — «пальцы страуса» — отражена более ранняя ступень счета. У зулусов каждый палец обозначал определенное число; например, слово «татизитуна» (буквально — «взять большой палец руки») обозначало 6, а «у комбиле», т. е. «он указал», — 7 и т. д. Для такого счета было характерно осязаемое взаимно однозначное соответствие: у некоторых южноафриканских племен при счете дотрагиваются до каждого предмета по очереди пальцами, начиная с мизинца левой руки. У австралийцев и полинезийцев каждая часть тела имела свое название и точно соответствовала месту в своеобразной системе счисления: начиная с мизинца левой руки шли пальцы, запястье, локоть, плечо и т. д., кончая мизинцем правой руки, и обратно. Такой живой шкалой, которая всегда «при себе», пользовались, чтобы сообщить, например, дружественному племени о количестве воинов, собираемых племенами, или о числе дней, по прошествии которых следует выходить на охоту.

Прекрасный образец счета такого типа оставил нам русский исследователь Новой Гвинеи Н. Н. Миклухо-Маклай. Он попросил папуасов подсчитать число дней до возвращения корвета «Витязь», нарезав для этого полоски бумаги.

«Первый, раскладывая кусочки бумаги на колене, при каждом обрезке повторял «наре, наре» (один); другой повторял слово «наре» и загибал при этом палец прежде на одной, затем на другой руке. Насчитав до десяти и согнув пальцы обеих рук, опустил оба кулака на колени, проговорив: ...«две руки», причем третий папуас загнул один палец руки. Со вторым десятком было сделано то же, причем третий папуас загнул второй палец; то же самое было сделано для третьего десятка; оставшиеся бумажки не составляли четвертого десятка и были оставлены в стороне. Все, кажется, остались довольными»¹.

Здесь описаны и действенный счет, сопровождаемый перекладыванием полосок, и живая шкала — пальцы рук, и групповой счет. Первый папуас занят инструментальным счетом, он перекладывает полоски, обозначающие дни, второй фиксирует единицы, третий — десятки.

О времени появления общего понятия числа у народов Европы и Азии можно сделать вывод, сравнивая названия чисел у народов с родственными языками. Мы видим большое сходство между русским числительным «один», немецким *eins*, английским *one*, французским *un*, латинским *unus* и точно так же между числительными «два», *zwei*, *two*, *deux*, *duo*, или «три»,

¹ Н. Н. Миклухо-Маклай. Путешествия. Собрание сочинений, т. 1. М. Л., 1950, стр. 141.

drei, three, trois, tres на тех же языках. В то же время по-грузински эти же числительные: *эрти, ори, сани*, по-турецки: *bir, iki, üç*, по-венгерски: *egy, kettő, három*, по-арабски: *ахад, иснан, салас*. Сходство числительных у индоевропейских народов показывает, что названия чисел у предков этих народов появились еще в те далекие времена, когда они говорили на одном языке.

Происхождение названий числительных большей частью трудно проследить, но, например, тот факт, что арабское «саб'» — 7 имеет один корень с глаголом «саб'а» — «растерзать на части», указывает на то, что число 7 предки арабов связывали с неопределенно большим числом частей, на которые дикий зверь может растерзать свою жертву; откуда видно, что слово «саб'» первоначально обозначало неопределенно большое количество (с этим связано мистическое значение числа 7 в религиях, родственных религии предков арабов).

Чрезвычайно интересны названия числительных на языке народов Восточной Африки суахили: если для 1, 2, 4, 5, 8 и 10 на этом языке собственные названия *moja, mbili, tatu* и т. д., то названия *sita, saba, tisa* для 6, 7, 9 представляют собой искажения арабских числительных «ситт», «саб'», «тис'», то же относится к названиям десятков от 20 до 90. Отсюда видно, что к тому времени, когда у побережья Восточной Африки появились арабские купцы, у местных жителей еще не были созданы устойчивые собственные названия для этих чисел.

Заметим, что у большинства народов названия десятков образуются по схеме $n \cdot 10$, где n — число десятков (например, двадцать, тридцать, пятьдесят и т. д.). В этой связи очень интересны исключения во французском языке, где 70 называется *soixante-dix* ($60 + 10$), 80 — *quatre-vingt* (4×20), 90 — *quatre-vingt-dix* ($4 \times 20 + 10$), т. е. начиная с 70 французы считают не десятками, а двадцатками. Более последовательно счет двадцатками проведен в грузинском языке, где 10 — ати, 20 — оци, 30 — оццаати ($20 + 10$), 40 — ормоци (2×20), 50 — ормоццаати ($2 \times 20 + 10$), 60 — самоци (3×20) и т. д.

В большинстве современных языков названия числительных основаны на десятичной системе, т. е. на представлении чисел в виде суммы числа единиц (до 10), числа десятков (до 100), числа сотен (до 1000) и т. д. Несомненно, что в основе этой системы лежит счет на пальцах. Именно так полагал Аристотель, к мнению которого уместно добавить еще слова А. Лебега: «Возможно, что если бы люди имели одиннадцать пальцев, была бы принята одиннадцатичная система счисления»¹.

Впрочем, в отдельных случаях, когда после счета на пальцах считалась и вся рука, возникла одиннадцатичная система счисления, которая, по-видимому, имела у новозеландцев, имеющих специальные названия для 1, 2, 3-й степеней одиннадцати и представлявших 12, 13, 22 в виде $11 + 1$, $11 + 2$, $2 \cdot 11$.

В некоторых языках числительные сохраняют следы пятиричной системы, в этих языках пальцы второй руки называются так же, как пальцы первой с прибавлением слова, обозначающего 5 пальцев или руку. Например, в языке шумеров — первоначального населения Междуречья, заложившего начала культуры древнего Вавилона — 7 — имин [$= 5 (= иа) + 2 (= мин)$], а 9 — илимму [$= 5 + 4 (= лимму)$], а в языке ацтеков — первоначального населения Мексики — 6 — чикюасе [$= 5 + 1 (= се)$], 7 — чикоме

¹ А. Лебег. Об измерении величин. М., 1960, стр. 22.

$1=5 + 2(=оме)$], а 9 — чикунауи [$=5 + 4(=науи)$]; число 5, которое некогда называлось у ацтеков «чику», впоследствии получило название «макуили».

Двадцатиричные названия у французов и грузин представляют собой пережитки счета двадцатками, при котором считались не только пальцы рук, но и пальцы ног. Двадцатиричные названия десятков встречаются в ряде индоевропейских языков (например, в датском и осетинском), в ряде языков народов Кавказа, принадлежащих к самым разнообразным языковым группам (кроме упомянутых грузинского и осетинского, в абхазском, чеченском и др.), а также в некоторых других языках, например ацтекском.

На самых первоначальных ступенях развития человек пользовался и двоичной системой счисления. Например, на языке одного из племен островов Торресова пролива существуют следующие наименования: 1 — урапун, 2 — оюза, 3 — оюза-урапун, 4 — оюза-оюза, 5 — оюза-оюза-урапун, 6 — оюза-оюза-оюза и т. д.

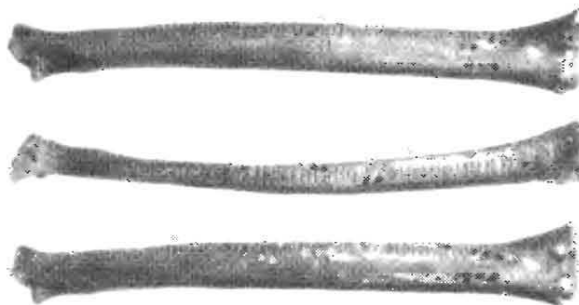
Индийское племя абипонов полтора века назад вело счет таким образом: 1 — инитара, 2 — иньюака, 3 — иньюака-инитара, а далее употреблялись специальные названия числительных, основанные уже по пятиричной системе. Ниже мы рассмотрим исчисление индийского племени майя, основанное на двадцатиричной системе, и исчисление вавилонян, — на шестидесятиричной системе.

Возникновение числовых обозначений

Сведения о результатах счета первоначально хранили при помощи зарубок на дереве или на костях либо узелков на веревках. Старейшей известной в настоящее время записью числа является запись на лучевой кости молодого волка длиной 18 см в виде 55 зарубок, расположенных по 5, причем после 25 зарубок идет длинная черта. Эта кость была найдена около деревни Вестонице в Моравии (Чехословакия) в 1937 г. и относится к XXX в. до н. э.; кость служила, по-видимому, для записи трофеев доисторических охотников. Зарубками, обозначающими долги на бирках, раскалывающихся на две половины, одна из которых хранится у должника, а другая у кредитора, пользовались в Западной Европе даже в XIX в. (известный пожар английского парламента в 1834 г. произошел при сжигании таких бирок в парламентских печах). О распространении записей при помощи зарубок свидетельствует известное выражение «заруби себе на носу». Инки записывали свои долговые обязательства с помощью узелков на цветных веревках — перуанских квипу. Аналогичные квипу встречались у землевладельцев некоторых районов Китая и Японии еще в нашем столетии.

Перейдем теперь к принципам изображения чисел при помощи цифр у разных народов. Такое обозначение, называемое нумерацией (от латинского *numerus* — число), первоначально было основано на так называемых аддитивном (от латинского *additio* — сложение), субтрактивном (*subtractio* — вычитание) и мультипликативном (*multiplicatio* — умножение) принципах.

Аддитивный принцип состоит в том, что вводится несколько основных знаков, например для 1, 10, 100, а остальные числа вида n , $10n$, $100n$



Зарубки на костях
(*K. Absolon. The world earliest portrait — 30 000 years old.*
Illustrated London News, 2.X.1937)

изображаются соответственным знаком, повторенным n раз. Аддитивная нумерация непосредственно отражает инструментальный счет с палочками, ракушками или другими предметами. Мы встречались с аддитивным принципом в названиях чисел племен островов Торресова пролива. Субтрактивный принцип состоит в том, что сочетание цифр mn , где $m < n$, означает разность $n - m$, а мультипликативный принцип — в том, что сочетание цифр mn означает произведение чисел m и n . Оба эти принципа применяются и в названиях чисел: на мультипликативном принципе основаны названия десятков и сотен в индоевропейских языках, в частности, русские названия 20, 30, 50—80 и 200—900, с субтрактивным принципом связано слово «девяносто», возникшее в результате «скрепления» первоначального названия этого числа «девяносто» (ср. *devadesát* в современном чешском языке) и выражения «10 до 100». Еще более нагляден этот принцип в финском языке, где названия 8 — *kahdeksan* и 9 — *yhdeksan* представляют собой сокращения выражений — «2 (*kaksi*) до 10» и «1 (*üksi*) до 10».

Классическим примером применения аддитивного и субтрактивного принципов является применяемая и нами римская нумерация (см. стр. 22): римские цифры II, III, VI, VII, VIII, XX, XXX и т. д. основаны на аддитивном принципе, а римские цифры IV, IX, XL — на субтрактивном принципе.

Возникновение понятий о геометрических фигурах

С конкретными геометрическими фигурами человек столкнулся в своей трудовой деятельности при выделке орудий труда и сосудов, при обработке полей и постройке зданий. Уже в глубокой древности изготовлялись скребки и ножи в форме дисков, треугольников, ромбов и сегментов, круглые сосуды; поля обычно имели форму прямоугольника, а здания — форму конуса, цилиндра и параллелепипеда.

Большинство общепринятых в настоящее время в геометрии названий геометрических фигур являются греческими, обозначающими различные предметы той или иной формы, с которыми люди сталкивались в своей

практической деятельности: слово «центр» происходит от греческого слова *κεντρον* (в латинской форме *centrum*), обозначавшего палку с заостренным концом, которой погоняли быков (первоначально это слово было названием ножки циркуля, ставящейся в центр описываемой им окружности). Слово «ромб» происходит от слова *ῥομβος* — волчок, «трапеция» — от слова *τραπέζιον* — «столик» (от того же корня происходит и «трапеза»). Слово «призма» происходит от слова *πρίσμα* — опиленная, «сфера» — от слова *σφαῖρα* (*sphaera*) — «мяч», «конус» — от слова *κῆνος* (*conus*) — сосновая шишка, «цилиндр» — от слова *κύλινδρος* (*cylindrus*) — валик, каток. «Пирамида» происходит от древнеегипетского названия египетских пирамид «пурама», которому греки придали форму *πυραμῖς*. «Линия» (по-латыни *linea*) происходит от латинского слова *linum* — лен; первоначально под линией понимали натянутую льняную нить. «Точка» происходит от глагола «ткнуть», так же как равнозначное слово «пункт» про-

Узловой счет инков
(Нью-Йорк, Американский музей естественной истории)

