

В.А. Рохлин

Начальный курс топологии
Геометрические главы

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
В11

В11 **В.А. Рохлин**
Начальный курс топологии: Геометрические главы / В.А. Рохлин – М.: Книга по Требованию, 2024. – 498 с.

ISBN 978-5-458-27293-3

Книга возникла из лекционных курсов, читавшихся авторами в Ленинградском и Московском университетах и содержащих систематическое изложение основ современной топологии. Она охватывает следующие разделы этих курсов: основы общей топологии, симплициальные и клеточные пространства, элементарную часть дифференциальной топологии, расслоения и гомотопические группы.

ISBN 978-5-458-27293-3

© Издание на русском языке, оформление
«УОУO Media», 2024
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2024

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

- надстройки 48, 56
- Вещественное векторное расслоение 309
- — \mathcal{C} -расслоение 337
- проективное пространство 45, 47
- Взаимно однозначный фактор 11
- Вложение голоморфное 166
- дифференциальное 159
- клеточное 87
- правильное 159
- топологическое 22
- Внешняя точка 14
- Внутреннее действие 274
- Внутренность 14
- Внутренняя точка 14, 131, 141
- часть 14, 131, 141
- Всюду плотное множество 14
- Выделяемое множество 23
- Главное расслоение 289
- Гладкое многообразие 147
- отображение 143
- Голоморфное вложение 166
- отображение 163, 165
- Голоморфность 348
- Голоморфный атлас 165
- Гомеоморфизм 21
- отмеченный (F -структуры) 284
- Гомоморфизм ансамбля в ансамбль 362
- индуцированный непрерывным отображением 361, 367
- присоединенный к действию 272
- топологической группы в топологическую группу 266
- Гомотопическая группа 358
- — относительная 367
- последовательность главного расслоения 396
- — пары 380
- — расслоения 388
- — тройки 383
- эквивалентность 62
- — слабая 439, 443, 461
- Гомотопический класс 61
- тип 62
- Гомотопия 60
- обратная (другой гомотопии) 60
- — постоянная 60
- прямолинейная 61
- свободная 61, 363
- связанная 61
- слоистая 383
- Граница 14
- сфероида 368
- Граничная точка 14
- Грань 98
- Грассмана многообразие 174
- — верхнее 175
- — кватернионное 180
- — комплексное 179
- — некомпактное 181
- пространство 321
- — верхнее 321
- — комплексное 321
- расслоение 324
- Грассмана — Плюккера координаты 179
- Группа гомотопическая 358
- — относительная 367
- додекаэдра или икосаэдра 282
- — — — бинарная 282
- куба или октаэдра 282
- — — — бинарная 282
- накрытия 464
- ортогональная 271
- полная линейная 271
- Группа симплектическая 271
- специальная ортогональная 271
- — унитарная 271
- стабильная 408
- структурная 286
- тетраэдра 282
- — бинарная 282
- топологическая 264
- унитарная 271
- фундаментальная 359
- Групповое действие 274
- Действие 272

- групповое 274
- индуцированное 273
- левое 273
- — внутреннее 274
- — каноническое 274
- непрерывное 275
- правое 273
- — внутреннее 274
- — каноническое 274
- сопряженное 274
- топологически эффективное 294
- транзитивное 272
- эффективное 272
- Деформационная ретракция 63
- Деформационный ретракт 63
- Джойн 48, 56
- клеточный 97
- симплициальный 112
- Диагональ 12
- Диагональное отображение 12
- Диаметр 17
- Дискретная топология 13
- Диффеоморфизм 139, 144
- обращающий ориентацию 151
- сохраняющий ориентацию 151
- Дифференциал 156
- Дифференциальная структура 140
- Дифференциальное вложение 159
- многообразии 147
- Додекаэдра или икосаэдра группа 282
- — — бинарная 282
- Дополнение ортогональное (подрасслоения) 317
- Евклидов симплекс 98
- — упорядоченный 99
- Евклидова метрика (в векторном расслоении) 311
- Евклидово расслоение 310
- — ориентированное 311
- \mathcal{C} -расслоение 337
- Единицы компонента 265
- Единичный симплекс 100
- Замкнутая клетка 82
- Замкнутое многообразие 135, 147
- множество 13
- отображение 20
- покрытие 16
- разбиение 39
- Замкнутый путь 64
- Замыкание 11
- Звезда 113
- барицентрическая 116
- открытая 113
- Значение критическое 161
- Изоморфизм расслоений 255
- Иммерсия 159
- Инвариантное множество 273
- Индекс критической точки 190, 232
- перестройки 244
- пристройки 243
- стандартного элементарного кобордизма 235
- элементарного кобордизма 238
- Индуктивно склеенное клеточное пространство 88
- Индуцированное действие 273
- расслоение 265
- Индуцированный ансамбль 362
- гомоморфизм 361, 367
- Кайма 203
- Канонический простой ансамбль 363
- Карта 140
- комплексная 164
- Касательное расслоение 344
- Касательный вектор 154
- Кватернионное многообразие Грассмана 180
- — Штифеля 172
- проективное пространство 46, 47

- Класс гомотопический 61
 — A -гомотопический 61
 Классифицирующее пространство 303
 Клейна бутылка 247
 Клетка 82
 — замкнутая 82
 Клеточная аппроксимация 121, 448
 — пара 85
 — топология 83
 — триада 85
 — тройка 85
 — эквивалентность 87
 Клеточное вложение 87
 — ослабление топологии 83
 — отображение 86
 — произведение 95
 — пространство 83
 — — индуктивно склеенное 88
 — разбиение 82
 — — оснащенное 82
 — тензорное произведение 97
 Клеточный джойн 97
 Кобордизм 231
 — стандартный тривиальный 235
 — — элементарный 235
 — тривиальный 238
 — элементарный 238
 Компактно открытая топология 51
 Компактное пространство 28
 Комплексификация 320
 Комплексная карта 164
 — оболочка (расслоения) 320
 — структура 165
 Комплексное векторное расслоение 313
 — — f -расслоение 337
 — многообразие 165
 — — Грассмана 179
 — — Штифеля 171
 — проективное пространство 45, 47
 — пространство Грассмана 321
 Компонента (топологического пространства) 66
 — единицы 265
 Конус 47, 56
 — отображения 50
 Координаты барицентрические 99
 — Грассмана — Плюккера 179
 — локальные 141
 — однородные 45, 46
 Корамерность 145
 Короткая последовательность 373
 Корректирующее отображение 256
 Коре 74
 Краевая точка 131, 141
 Край 131, 141
 Крендель 247
 Критическая точка 190
 — — невырожденная 190
 Критическое значение 161
 Круг с вывернутой ручкой 247
 Куба или октаэдра группа 282
 — — \sim — бинарная 282
 Левое внутреннее действие 274
 — действие 273
 — каноническое действие 274
 Лента Мебиуса 246
 Линза 281
 Линк 114
 — барицентрический 116
 Локально евклидово пространство 131
 — компактное пространство 32
 — конечное покрытие 16
 — связное пространство 69
 — стягиваемое пространство 69
 — тривиальное расслоение 255
 Локальное представление отображения 143
 Локальные координаты 141
 Мебиуса лента 246
 Метризуемое пространство 17

- Метрика 16
 - евклидова (в векторном расслоении) 311
 - риманова 345
- Метрическая окрестность 17
 - топология 17
- Метрическое пространство 16
- Микроодносвязное пространство 468
- Милнора расслоение 304
- Многообразие 135
 - аналитическое 147
 - гладкое 147
 - Грассмана 174
 - — верхнее 175
 - — кватернионное 180
 - — комплексное 179
 - — некомпактное 181
 - дифференциальное 147
 - замкнутое 135, 147
 - касательных векторов тотальное 155
 - класса \mathcal{C}^r 147
 - комплексного происхождения 168
 - комплексное 165
 - ориентированное 149
 - открытое 135
 - параллелизуемое 157
 - стабильно параллелизуемое 344
 - топологическое 135
 - Штифеля 169
 - — вещественное 169
 - — кватернионное 172
 - — комплексное 171
 - — некомпактное 173
- Множество всюду плотное 14
 - выделяемое 23
 - замкнутое 13
 - инвариантное 273
 - насыщенное 11
 - нигде не плотное 14
 - ограниченное 17
 - открытое 13
 - плотное 14
- Модельные поверхности 247
- Морса функция 232
 - — правильная 232
 - — стандартная 235
- Надстройка 48, 56, 319, 403
- Накрывающее отображение 258
 - пространство 257
- Накрытие 257
 - в узком смысле 257
 - — широком смысле 257
 - ориентирующее 474
 - 'подчиненное 464
 - регулярное 467
 - универсальное 469
- Насыщение 11
- Насыщенное множество 11
- Некомпактное многообразие
 - Грассмана 181
 - — Штифеля 173
- Непрерывное действие 275
 - отображение 19
- Неравенство треугольника 16
- Неэффективности ядро 272
- Нигде не плотное множество 14
- Нижний ансамбль гомотопических групп слоев 385
 - — — тотального пространства 395
- Нормальная трансверсализация 198
 - ξ -трансверсализация 334
- Нормальное пространство 23
 - расслоение 345
- Носитель карты 140
 - топологического симплекса 100
- Оболочка комплексная (расслоения) 320
- Образующая джойна 48
 - конуса 47, 56
 - надстройки 48
 - цилиндра отображения 50
- Обратный путь 64
 - сфероид 357

- Объединение (топологических пространств) 41
- Овеществление 313
- Ограниченное множество 17
- Однородное пространство 277
- Однородные координаты 45, 46
- Односвязное пространство 68
- Окаймление 203
 - двустороннее 205
- Окрестностный ретракт 73
- Окрестность 13, 14
 - метрическая 17
 - правильная 119
 - регулярная 116
- Орбита 272
- Ориентация 149, 312
- Ориентированное векторное расслоение 311
 - евклидово расслоение 311
 - многообразии 149
- Ориентирующее накрытие 474
- Ортогональная группа 271
- Ортогональное дополнение (подрасслоения) 317
- Ослабление топологии
 - клеточное 83
- Оснащенное клеточное разбиение 82
- Основание джойна 48
 - конуса 47
 - надстройки 48
 - цилиндра отображения 50
- Остов 85
- Открытая звезда 113
 - трубка 198
- Открытое многообразие 135
 - множество 13
 - отображение 20
 - покрытие 16
 - разбиение 40
- Открытый шар 16
- Отмеченный гомеоморфизм (F -структуры) 284
- Относительная гомотопическая группа 367
 - топология 17
- Отображение аналитическое 143
 - биголоморфное 163, 165
 - гладкое 143
 - голоморфное 163, 165
 - гомотопически обратное (другому отображению) 62
 - диагональное 12
 - замкнутое 20
 - класса \mathcal{C}^r 139, 143
 - клеточное 86
 - корректирующее 256
 - линейное (векторного расслоения в векторное расслоение) 314
 - накрывающее 258
 - непрерывное 19
 - в точке 20
 - открытое 20
 - послойное 255
 - приклеивающее 85
 - присоединенное 255
 - расслоения в расслоение 254
 - симплициальное 99, 104
 - монотонное 104
 - тангенциальное 345
 - трансверсальное 215
 - факторное 38
 - характеристическое 82
 - симплициальное 103
 - тотальное 82
 - Хопфа 47
- Пара Борсука 70
 - клеточная 85
 - простая 369
 - топологическая 18
 - k -связная 68
 - r -простая 369
- Паракомпактное пространство 33
- Параллелизуемое многообразие 157
- Перенос 362

- Перестройка 244
- Петля 64
- Плотное множество 14
- Поверхности модельные 247
- Погружение 40, 159
- Подгруппа ван Кампена 426
 - стационарная 275
- Подпространство 18, 85, 103, 144, 276
 - полное 103
 - правильное 145
- Подразделение барицентрическое 108
- Подрасслоение 316
- Подсхема 105
- Подчинение 464
- Подчиненное накрытие 464
- Покрытие замкнутое 16
 - ~ локально конечное 16
 - открытое 16
 - фундаментальное 18
- Поле векторное 157, 315
 - нулевое 315
 - реперное 315
- Полиэдр 106
- Полная линейная группа 271
- Полное подпространство 103
- Последовательность гомотопическая
 - главного расслоения 396
 - пары 380
 - расслоения 388
 - тройки 383
 - групп и гомоморфизмов 372
 - короткая 373
 - расщепляющаяся 373
 - точная 372
- Послойное отображение 235
- Правильная окрестность 119
 - трубка 198
- Правильное вложение 159
 - индуцирование 331
 - подпространство 145
- Правое внутреннее действие 274
 - действие 273
 - каноническое действие 274
 - G -пространство 273
- Предбаза 15
 - в точке 15
- Предел 42, 43
- Приклеивание 44
- Приклеивающее отображение 85
- Прикосновения точка 14
- Присоединенное отображение 255
 - расслоение 263
- Пристройка 243
- Проективная плоскость Кэли 46
- Проективное пространство
 - вещественное 45, 47
 - кватернионное 46, 47
 - комплексное 46, 47
- Проекция 10, 12, 254
- Произведение гомотопий 60
 - действий 273
 - клеточное 95
 - ориентации 152
 - отображений 12
 - прямое (топологических групп) 267
 - путей 64
 - расслоений 254
 - симплициальное 109
 - сфероидов 357
 - тензорное 55
 - клеточное 97
- топологических пространств 34
- Уайтхеда 457
- Простое пространство 365
- Простой ансамбль 363
- Пространство Бэра 213
 - Грассмана 321
 - верхнее 321
 - комплексное 321
 - групповое 264
 - классифицирующее 303
 - клеточное 83

- компактное 28
- локально евклидово 131
- — компактное 32
- — связное 69
- — — в точке 69
- — стягиваемое 69
- — — в точке 69
- метризуемое 17
- метрическое 16
- микроодносвязное 468
- накрывающее 257
- нормальное 23
- однородное 277
- односвязное 68
- орбит 276
- паракомпактное 33
- проективное вещественное 45, 47
- Пространство проективное
 - кватернионное 46, 47
 - — комплексное 46, 47
 - простое 365
 - регулярное 23
 - — риманово 345
 - связное 65
 - сепарабельное 26
 - сильно локально стягиваемое 69
 - — — в точке 69
 - симплициальное 101
 - — упорядоченное 102
 - стягиваемое 62
 - топологическое 13
 - тотальное (расслоения) 254
 - хаусдорфово 23
 - Штифеля 326
 - k -связное 67
 - r -простое 365
- Прямое произведение
 - (топологических групп) 267
- Прямолинейная гомотопия
 - 61
- Путь 64
 - замкнутый 64
 - обратный (другому пути) 64
- Разбиение замкнутое 39
 - клеточное 82
 - — оснащенное 82
 - открытое 40
- Расслоение 254
 - ассоциированное 291
 - векторное вещественное 309
 - — комплексное 313
 - главное 289
 - гладкое 330
 - Грассмана 324
 - евклидово 3Ю
 - индуцированное 255
 - касательное 344
 - класса \mathcal{C} 330
 - локально (топологически) тривиальное 256
 - Милнора 304
 - нормальное 345
 - ориентированное векторное 311
 - — евклидово 311
 - присоединенное 263
 - Серра 258
 - слабо ассоциированное 293
 - сопряженное 313
 - стандартное тривиальное 256
 - Стиррода 286
 - (топологически) тривиальное 256
 - универсальное 302
 - Хопфа 332
 - Эрсмана — Фельдбау 294
 - зомитово 313
 - k -универсальное 304
- Расстояние 16, 17
- Расширение группы 273, 287
- Расщепляющаяся
 - последовательность 373
 - π -последовательность 377
- Регулярная окрестность 116
- Регулярное накрытие 467
 - пространство 23
- Реперное поле 315
- Ретракт 22
 - деформационный 63

- окрестностный 73
- строгий деформационный 63
- Ретракция 22
 - деформационная 62
 - строгая деформационная 62
- Римансдеа метрика 345
- Риманово пространство 345
- Свободная гомотопия 61, 363
- Связанная гомотопия 61
- Связное пространство 65
- Сепарабельное пространство 26
- Серра расслоение 258
 - условие 258
 - — усиленное 261
- Сечение 254
 - ассоциированное 256, 293
- Сильно локально стягиваемое пространство 69
- Симплекс евклидов 98
 - — упорядоченный 99
 - единичный 100
 - топологический 100
 - — упорядоченный 100
- Симплектическая группа 271
- Симплициальная аппроксимация 117, 129
 - схема 104
 - — симплициального пространства 105
 - — упорядоченная 106
- Симплициальное отображение 99, 104
 - — монотонное 104
 - произведение 109
 - пространство 101
 - — упорядоченное 102
 - характеристическое отображение 103
- Симплициальный джойн 112
 - цилиндр отображения 112
- Склеивание 40
- Слабая гомотопическая эквивалентность 439, 443, 461
 - топология 83
- Слабо ассоциированное расслоение 293
- Слоистая гомотопия 383
- Слой 34, 254
 - стандартный 285
- Сокращение отображения 10
- Сопряженное расслоение 313
- Специальная ортогональная группа 271
 - унитарная группа 271
- Стабильная группа (гомотопическая) 408
 - эквивалентность (расслоений) 317
- Стабильно параллелизуемое многообразие 344
 - тривиальное расслоение 318
- Стандартная функция Морса 243
- Стандартное тривиальное расслоение 250
- Стандартный слой 285
 - тривиальный кобордизм 243
 - элементарный кобордизм 243
- Стационарная подгруппа 275
- Степень отображения 348
 - — в точке 348
- Стинрода расслоение 286
- Строгая деформационная ретракция 63
- Строгий деформационный ретракт 63
- Структурная группа 285
- Стягиваемое пространство 62
- Субмерсия 161
- Сужение группы 273, 307
 - расслоения 254
- Сумма множеств Π
 - отображений 11
 - расслоений 318
 - топологических пространств 33
- Сфера 16

- с пленками и дырами 247
- с ручками и дырами 247
- Сфероид 357, 367
- обратный (другому сфероиду) 357
- фундаментальный (сферы или шара) 396
- Схема Симплициальная 104
- Счетности аксиомы 26
- Тангенциальное отображение 344
- Тензорное произведение 55
- — клеточное 97
- Тетраэдра группа 282
- — бинарная 282
- Тип гомотопический 62
- Топологическая группа 264
- пара 16
- тройка 18
- Топологически тривиальное расслоение 256
- эффективное действие 294
- Топологическое вложение 22
- многообразие 135
- пространство 13
- Топология 13
- дискретная 13
- клеточная 83
- компактно-открытая 151
- метрическая 17
- относительная 17
- слабая 83
- тривиальная 13
- Тор 247
- Тотальное многообразие касательных векторов 155
- пространство (расслоения) 254
- характеристическое отображение 82
- Точка 13
- внешняя 14
- внутренняя 14, 131, 141
- граничная 14
- краевая 131, 141
- критическая 190
- — невырожденная 190
- прикосновения 14
- Точная последовательность 372
- π -последовательность 376
- Транзитивное действие 272
- Трансверсализация 198
- нормальная 198
- Трансверсальное отображение 215, 218
- Треугольника неравенство 16
- Триада 19
- клеточная 85
- Триангуляция 101
- Тривиализация (расслоения) 256
- Тривиальная топология 13
- Тривиальное расслоение 256
- — стандартное 256
- Тривиальный кобордизм 238
- — стандартный 235
- Тройка клеточная 85
- топологическая 18
- Трубка 198
- открытая 198
- правильная 198
- Уайтхеда произведение 455
- Удвоение 135, 205
- Универсальное накрытие 469
- расслоение 302
- Унитарная группа 271
- Упорядоченная симплициальная схема 106
- Упорядоченное симплициальное пространство 102
- Упорядоченный евклидов симплекс 99
- топологический симплекс 100
- Урысона функция 25
- Условие Серра 258
- — усиленное 261
- Фактор взаимно однозначный

- Факторное отображение 38
 Факторпространство 37, 265
 Факторрасслоение 317
 Фактортопология 37
 Фильтрация 43
 Фундаментальное покрытие 18
 Фундаментальный сфероид 396
 Функции, независимые в точке 145
 Функция Морса 232
 — — правильная 232
 — — стандартная 235
 — Урысона 25
 Характеристическое отображение 82
 — — симплицальное 103
 — — тотальное 82
 Характеристический гомеоморфизм 100
 Хаусдорфово пространство 23
 Хопфа отображение 47
 — расслоение 332
 Центр букета 55
 — джойна (пространств с отмеченными точками) 56
 — евклидова симплекса 99
 — тензорного произведения 55
 Цилиндр 34
 — отображения 50
 — — симплицальный 112
 Число листов накрытия 257
 Шар 16
 — открытый 16
 Штифеля многообразие 169
 — — кватернионное 172
 — — комплексное 171
 — — некомпактное 172
 — пространство 326
 Эквивалентность гомотопическая 62
 — — слабая 439, 443, 461
 — клеточная 87
 — расслоений 255
 — — стабильная 317
 Элементарный кобордизм 238
 — — стандартный 235
 Эресмана — Фельдбау расслоение 294
 Эрмитово расслоение 313
 — \mathcal{C} -расслоение 337
 Эффективизация 272
 Эффективное действие 272
 — \mathcal{C} -пространство 275
 Ядро неэффективности 272
 A -гомотопия 61
 \mathcal{C} -атлас 140
 \mathcal{C} -вложение 159
 \mathcal{C} -изоморфизм 331
 \mathcal{C} -многообразие 147
 \mathcal{C} -отображение 139, 331
 \mathcal{C} -подпространство 145
 \mathcal{C} -пространство 140.
 \mathcal{C} -расслоение 330
 — вещественное векторное 337
 — евклидово 337
 — комплексное векторное 337
 — эрмитово 337
 \mathcal{C} -структура 140
 \mathcal{C} -топология 193
 \mathcal{C} -эквивалентность 331
 $\mathcal{C}^{\geq r}$ -пространство 141
 $\mathcal{C}^{\geq r}$ -расслоение 330
 F -изоморфизм 285, 286
 F -отображение 284
 F -расслоение 286
 — в слабом смысле 285
 — локально F -тривиальное 286
 — F -тривиальное 286
 G -отображение 273, 276
 G -пространство 275
 — правое 273
 G -пространство эффективное 275
 G -структура 284