

Б. Кавальери

**Геометрия, изложенная новым способом при
помощи неделимых непрерывного**

Серия "Классики естествознания".

УДК 51
ББК 22.1
Б11

Б11 **Б. Кавальери**
Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых непрерывного: Серия "Классики естествознания". / Б. Кавальери – М.: Книга по Требованию, 2023. – 414 с.

ISBN 978-5-458-50567-3

Наиболее ярким и влиятельным представителем «геометрии неделимых» был профессор болонского университета Бонавентура Кавальери (ок. 1598—1647). Ему принадлежит несколько трудов по тригонометрии, логарифмам, геометрической оптике и т. д., но главным делом его жизни была «Геометрия, развитая новым способом при помощи неделимых непрерывного» (1635) и служащие ее продолжением «Шесть геометрических этюдов» (1647).

ISBN 978-5-458-50567-3

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2023
© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2023

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первоизданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

С. Я. ЛУРЬЕ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
ЭПОС
КАВАЛЬЕРИ



БОНАВЕНТУРА КАВАЛЬЕРИ



Бонаventura Кавальери в последнее время за пределами его родины Италии стал жертвой несправедливой исторической традиции. Из наиболее популярных учебников мы узнаем, что „сила Кавальери была не в логических доказательствах“, что он „скорее угадывает, чем доказывает“, что он повинен в *circulus vitiosus* (Вилейтнер) ¹, что он „заслужил бы высшую награду за темноту и неясность изложения, если бы такие награды вообще раздавались“ (Мари ², Кантор ³), что все его значение сводится лишь к тому, что он „поставил условием, чтобы введенные Кеплером неделимые были параллельны между собой, и что от суммирования квадратов он перешел к суммированию высших степеней“ (Кантор). Но и эту заслугу Кавальери Вилейтнер оспаривает: „В то время, когда Кавальери сделал это открытие, оно уже не было новостью (оно уже было сделано Торичелли и Ферма). Все эти ученые знали друг друга и делились друг с другом своими результатами...“ Иными словами, начав с плагирирования у Кеплера, Кавальери кончил плагирированием у Торичелли и Ферма. Правда, „Кавальери пользовался исключительной славой у своих современников, но тяжкая болезнь — подагра — не дала проявиться должным образом его гениальности, — он писал в промежутках между приступами болезни, писал поспешно и неясно, не заботясь об адекватном выражении своих мыслей...“

Что Кавальери во второй половине своей жизни страдал подагрой, это несомненно, но мы лишены возможности судить, содействовала ли эта болезнь успеху его математических занятий, как думают одни, или мешала ему, как думают другие; во всяком случае, основные мысли его сочинения были к тому времени, когда он заболел подагрой, уже в существенных чертах намечены.

В значительной мере (как это случилось и с Вилейтнером) причина этих отзывов заключается в том, что исследователи не дают себе труда изучить подлинные произведения Кавальери, а вместо этого довольствуются

¹ Хрестоматия по истории математики, перевод А. П. Юшкевича, вып. 4, Москва, ГТТИ, 1932, стр. 61—65.

² *H. Marie, Histoire des sciences mathématiques*, IV, 6.

³ *M. Cantor, Vorlesungen zur Geschichte der Mathematik*, III, стр. 833.

повторением чужих слов ¹. Сюда надо прибавить еще то, что ученые нашего времени вообще не жалуют недостаточно строгий, „нечистоплотный“ (unsauber) метод неделимых, применявшийся Кавальери. Что же касается современников Кавальери, которые, превознося его до небес, говорили о трудности и непонятности его книг, то для них понимание трудов Кавальери было в значительной мере затруднено той внутренней противоречивостью и двойственностью его установки, которая, действительно, является типичнейшей чертой его деятельности: субъективно Кавальери — влюбленный в античность реакционер-романтик, пытающийся возродить в ущерб новой старую классическую математику; объективно — он один из величайших революционеров в математике, открывший в ней новую страницу именно благодаря тому, что он не посчитался с вековыми святынями античной математической традиции.

Бонавентура Кавальери родился в Милане в конце XVI в. ² в одной из некогда знатнейших семей (из этой семьи в промежуток 1388—1474 гг. было избрано шесть декурионов миланского генерального совета; один из них был отправлен в 1470 г. к Галеаццо Мариа Сфорца для принесения клятвы в верности от имени города). Но в конце XVI в. эта семья обеднела и потеряла свое бывшее влияние. Кавальери получил в молодости прекрасное гуманитарное образование: он был основательно знаком с лучшими произведениями греческой и латинской прозы и поэзии, знал столько латинских стихов наизусть, что всегда пересыпал ими свою речь, и писал на безукоризненной классической латыни. И впоследствии его математические произведения изобилуют изящнейшими классическими оборотами, метафорами и анекдотами; в них цитируются Гомер, Геродот, Платон, Аристотель, Филон, Диоген Лаэртский, Плавт, Вергилий, Овидий, Гораций, Персий и др. Еще юношей Кавальери вступил в монашеский орден иезуитов (иеронимитов, не смешивать с иезуитами). Монастырь св. Иеронима находился в непосредственном соседстве с родительским домом Кавальери, и монахи, с которыми он постоянно встречался, оказали большое влияние на его развитие: начало XVII в. было временем глубокого упадка образованности в Милане, и монастыри были почти единственными очагами античной культуры. Примерно в 1616 г. Кавальери перешел в монастырь св. Иеронима в Пизе.

Еще в молодости Кавальери увлекался точными науками и читал античных классиков математики. В бытность его в Пизе он сблизился с известным тогда математиком монахом-бенедиктинцем Кастелли, который, убедившись в его исключительных математических дарованиях, дал ему совет посвятить себя изучению геометрии. В чрезвычайно короткое время Кавальери изучил Архимеда, Паппа, Аполлония и других античных авторов, так что Кастелли поручил ему даже временно замещать его на кафедре математики. Кастелли познакомил Кавальери с величайшей знаменитостью того времени — Галилеем, который пришел в такое же восхищение от Кавальери, как и Кастелли, и некоторое время руководил его занятиями.

¹ См. мою статью в „Архиве истории науки и техники“, т. 5, стр. 491 и сл.

² Дата рождения, содержащаяся в биографии д'Авизо (1598 г.), стала сомнительной, с тех пор как из переписки Кавальери с Галилеем стало известно, что Кавальери уже в 1619 г. выставил свою кандидатуру на кафедру математики в Болонье.

В центре научного интереса Галилея и Кастелли была в это время астрономия. Как мы видим из письма Кастелли к Галилею от 16 мая 1617 г., № 1254¹, в порядке дня стояли наблюдения над планетами Медичи (спутниками Юпитера) и над Сатурном, показавшие ошибочность воззрений Аристотеля, правильность которых считалась несомненной в продолжение всего средневековья; эти ученые искали также дальнейших подтверждений и обоснований тезы Коперника. В этих наблюдениях и занятиях принял горячее участие и Кавальери².

Кавальери вскоре почувствовал себя настолько сильным в математике, что, когда в начале 1619 г. открылась вакансия на одну из лектур математики в Болонье, он выставляет уже свою кандидатуру, называя себя „профессором математики и учеником Галилея“ и ссылаясь на то, что ему было поручено замещать в Пизе Кастелли.

До нас дошло интересное письмо, написанное Кавальери Галилею из Пизы 6 марта 1619 г. Здесь Кавальери сообщает, что он уже изучил Аполлония с добавлениями Серена и приступает к изучению Птолемея. Из этого же письма мы узнаем, что уже в это время Галилей поддерживал кандидатуру Кавальери на кафедру профессора математики в Болонье; кандидатура эта, однако, успеха не имела. В письме от 15 декабря 1621 г., № 1515, Кавальери пишет:

„Я все время прилежно занимаюсь математикой и пришел к доказательству некоторых предложений Архимеда иным способом, чем он. В частности я нахожу квадратуру параболы методом, отличным также от вашего. Однако у меня возникло сомнение, которое я и изложу, желая получить ваши благосклонные указания. Сомнение это таково: если в плоской фигуре представить себе проведенной прямую линию в каком угодно направлении и в той же плоской фигуре провести все линии, параллельные этой прямой, какие только можно провести, то линии, проведенные таким образом, я называю всеми линиями этой фигуры. Так вот я хотел бы знать, представляют ли собой все линии одной плоскости и все линии другой плоскости величины, имеющие между собой отношение³. В самом деле, поскольку эти линии можно проводить все более и более часто, все вместе линии данной фигуры, повидимому, бесконечны и поэтому не подходят под определение величин, имеющих отношение между собой. Но, с другой стороны, поскольку при увеличении фигуры увеличиваются и все [вместе] линии (т. е. сумма линий — *С. Л.*), так как они будут состоять из линий первой фигуры и из избытка, который заключается в излишке увеличенной фигуры по сравнению с данной первоначально, — они, повидимому, не могут быть признаны неподходящими под это определение. Поэтому я и прошу вас разрешить это мое сомнение“.

Таким образом уже в это время Кавальери пришел к учению о неделимых, ставшему затем делом всей его жизни.

¹ № всех писем даны по Edizione nazionale сочинений Галилея (*Le opere di Galileo Galilei*, vol. XII — XVIII).

² Письмо от 21 мая 1617 г., № 1256.

³ То-есть однородные, сравнимые между собой величины. Ср. ниже, комм., стр. 365.

В мае 1620 г. Кавальери пришлось вернуться в Милан. В связи с тем, что в это время в Милан приехал кардинал Борromeо, обладатель хорошего телескопа, у Кавальери снова пробуждается интерес к астрономии, в частности к планетам Медичи¹. С интересом относится он и к другому вопросу, стоявшему тогда в центре интереса математиков, — к логарифмам, и в одном из писем запрашивает мнение Галилея по этому поводу². Но в общем отсутствие руководства и инструментов должно было отвлечь Кавальери от астрономических занятий, не говоря уже о том, что обстановка складывалась крайне неблагоприятно для его математических работ вообще. Вот что он пишет Галилею в письме от 28 июля 1621 г., № 1504.

„Подлинно чудо, что я могу заниматься математикой в это время, как потому, что не с кем делиться, так и потому, что, возвратившись на родину, где находятся старички, которые ждут от меня больших успехов в теологии и в искусстве произносить проповеди, я ясно представляю себе, как их должно огорчать, что я так пристрастился к математике. Однако никогда не будет того, чтобы я увлекся другими науками, так как я знаю, что это — тот настоящий путь, по которому я должен идти...“.

Кавальери твердо убежден в превосходстве науки Коперника-Галилея над богословской и базирующейся на Аристотеле схоластической наукой.

„Ваша наука заслуживает предпочтения перед всякой другой, так как она есть точное воспроизведение природы, тогда как другие науки подобны отражениям в волнующейся воде, появляющимся в различных видах, разбитыми на отдельные куски и рождающим в глазах наблюдающего их путаницу и обман. И, тем не менее, наше время такое извращенное, что, несмотря на то, что люди видят пред собою столь благородную картину, они уже в силу привычки видеть все в столь обманчивом виде или вовсе не желают смотреть на эту картину или, подстрекаемые нечистыми намерениями, смотрят на нее только затем, чтобы надеть на нее личину своих вымыслов“.

Но Кавальери, тем не менее, остается и в этом случае католическим священником и отнюдь не собирается открыто выступать борцом за новую науку:

„Вы хорошо изобразили в ваших «Ragguagli» Боккалино покрытым струпьями и гноем; но если бы реформаторы нашего века, раздвиг его, пожелали сделать попытку излечить его от одной из этих язв, то они убедились бы, что эти язвы проникли уже так глубоко, что ножу хирурга придется пройти вглубь кости и совершенно разрушить ее; отсюда следует, что лучше оставить его в том положении, в каком его застали. Точно так же и тот, кто желает познать сущность вещей, по моему мнению поступит лучше всего, если не будет пытаться искоренить эту язву, так как все равно ему не удастся избавиться от всех других; так же предполагаю поступить и я... Этим я удовлетворю и тех, которые ценят науку лишь постольку, поскольку она приносит практическую пользу; в самом деле, это один из главных доводов, которые приводят мои отцы, чтобы отклонить меня от занятий математикой, так как они не видят, чтобы до сих пор эти мои занятия принесли какую-нибудь ощутительную практическую пользу...“.

¹ Письмо от 13 января 1621 г., № 1489.

² Письмо от 28 апреля 1621 г., № 1495.

Не будучи в состоянии ввиду отсутствия научного общения¹ заниматься специальными математическими и астрономическими вопросами так, чтобы быть на высоте современной ему науки, Кавальери занялся общими вопросами философии математики, пограничными между математикой и той схоластической наукой, которой заставляли его заниматься его коллеги по монастырю, и пришел при этом к своей теории неделимых. Он сам в только что упомянутом письме к Галилею называет эту теорию „чрезвычайно экстравагантной“ (*molto stravagante*) и „далекой от всего того, что можно найти в произведениях других авторов“ (*lontano da tutto quello ch' io ho potuto trovare esser scritto da altri*).

О том же, в несколько других словах, Кавальери пишет Галилею и в двух других письмах от 16 февраля и 22 марта 1622 г., № 1519 и 1521. Впоследствии мы увидим, что эта теория является плодом не только математических занятий под руководством Кастелли и Галилея, но и богословских занятий Кавальери, так как совпадение с Фомой Аквинским и Брадвардином отнюдь не является случайным. В самом деле, как сообщают его биографы, Кавальери, начиная с 1621 г., преподавал (в течение двух лет) курс богословия, причем курс его пользовался огромным успехом и привлекал массу посторонней монастырю публики.

В начале 1623 г. мы уже застаем Кавальери в Лоди (город близ Милана), где он пробыл до конца 1625 г. Здесь он занимается вопросами, составившими основное содержание его позднейших трудов, — определением площадей и объемов; в частности, что касается спирали, он пошел значительно дальше Архимеда². В то же время он занимается, как он сообщает, и „геометрическими принципами“, т. е. теорией неделимых.

В начале 1626 г. Кавальери прибывает в Рим, где сразу же попадает в общество знатного римского сановника, поклонника Галилея, Джованни Чьямполи. Чьямполи в восторге от Кавальери, который знакомит его со всей системой науки Галилея; он остается покровителем Кавальери на всю жизнь (впоследствии Кавальери посвятил ему свой труд о неделимых). Каковы были обязанности Кавальери в Риме, мы точно не знаем, но, узнав, что Кастелли оставил преподавание в Пизанском университете и что эта кафедра свободна, Кавальери просит Галилея помочь ему получить эту кафедру, что было бы ему гораздо приятнее, „чем сидеть в Риме, ломая себе голову, что бы такое выдумать, что пришлось бы по вкусу этим пресыщенным жизнью господам“³.

Как мы увидим ниже, не только миланские монахи, но и отцы-сенаторы в Болонье и Флоренции готовы были нести расходы на научные математические занятия только в том случае, если эти занятия непосредственно были связаны с нуждами техники, „приносили практическую пользу“. Тому, кто хотел, несмотря на это, заниматься вопросами отвлеченной науки, приходилось надеяться на милость пресыщенных жизнью аристократов, которые готовы были оплачивать и теоретические научные занятия, лишь бы они были

¹ „Per mancamento di compagnia“. Письмо к Галилею от 16 февраля 1628 г., № 1519.

² Письмо от 28 мая 1625 г., № 1717.

³ Письмо от 29 февраля 1626 г., № 1765.

достаточно экстравагантны и щекотали им нервы. Отсюда характерный низ-копоклонный тон предисловий к научным трудам того времени.

В таком положении оказался и Кавальери; ему пришлось остаться в Риме.

Здесь, в Риме, Кавальери, как мы видим из ряда его писем, привел почти в окончательный вид свое сочинение о неделимых. Галилей в это время (быть может, под влиянием Кавальери) занимался тем же вопросом, но его сочинение, посвященное неделимым, которого с нетерпением ждал Кавальери, так никогда и не увидело света. Правда, в этом вопросе, как мы увидим ниже, Галилей и Кавальери стояли на противоположных точках зрения; это не помешало, однако, Галилею воздавать должное гениальности Кавальери, которого он впоследствии в своих „Discorsi“ называет „одним из первых математиков своего времени“ (*uno dei primi matematici dell'età sua*), а в письмах — „вторым Архимедом“ и „истинно дивным гением“.

Летом 1626 г. Кавальери назначается приором монастыря в Парму. Несмотря на обремененность своими религиозно-административными обязанностями, Кавальери завершает здесь окончательную обработку своего труда о неделимых.

Когда в 1629 г. после смерти профессора Маджини в Болонье освободилась кафедра математики, один из влиятельных болонских сенаторов Чезаре Марсильи просит Галилея рекомендовать ему кандидата на эту должность. Галилей предложил на эту кафедру Кавальери. При этом Галилей указал Марсильи, что он чтит Кавальери наравне с Архимедом и что Кавальери успешно занимается труднейшими вопросами геометрии. Марсильи сначала отнесся сдержанно к этой рекомендации, так как Болонья мало нуждалась в чистой математике (*della matematica pura in questa città ne è fatta poca stima*, как читаем мы в письме Марсильи к Галилею от 29 августа 1629 г., № 1955). Там интересовались прикладными науками и хотели иметь специалиста-астронома; между тем Кавальери, как замечает Марсильи, не прислал порученных ему вычислений по астрономическим таблицам. Галилей ответил на это (в письме от 7 сентября того же года, № 1958), что он не сомневается в том, что Кавальери с такой же легкостью сравняется в астрономии с Птолемеем, с какой он в геометрии стал соперником Архимеда; что Кавальери прочел всех важнейших и труднейших авторов, как то: Евклида, Аполлония, Архимеда, Птолемея и др., и хорошо знаком с системами Птолемея и Коперника. „Свидетельством быстроты его разума является то, что он нашел новый метод доказательства, при помощи которого он доказывает более простым путем теоремы Архимеда и важнейшие теоремы других серьезных авторов“ (имеется в виду теория неделимых).

Этих рекомендаций оказалось достаточно, чтобы Кавальери на основании представленной им в рукописи работы („Геометрии неделимых“) был избран на кафедру, на которой он и пребывал до самой смерти (последовавшей в 1647 г.), окруженный почетом и похвалами. Одновременно папа Урбан VIII назначил его пожизненным приором монастыря св. Марии делла Маскарелла, чтобы Кавальери, „не имея над собой никакого начальства, мог



БОНАВЕНТУРА КАВАЛЬЕРИ

Памятник Кавальери, поставленный в Милане в 1844 г.
в память двухсотлетия выхода в свет его „Геометрии“.

