

М. Г. Серебрянников

**Колебания и вибрации в
элементарном изложении**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
М11

М11 **М. Г. Серебренников**
Колебания и вибрации в элементарном изложении / М. Г. Серебренников – М.:
Книга по Требованию, 2015. – 222 с.

ISBN 978-5-458-57982-7

ISBN 978-5-458-57982-7

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2015

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2015

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

самое основное и существенное из области механических колебаний, не прибегая к сложным и долгим математическим расчетам. Имеющиеся на русском языке по данному вопросу книги не смогут его в этом случае удовлетворить, так как они либо требуют от читателя солидных знаний из области математики, механики, сопротивления материалов и пр. (например, Л. Лойцянский и А. Лурье „Курс теоретической механики“, т. III; С. Бернштейн „Основы динамики сооружений“; С. Тимошенко „Теория колебаний в инженерном деле“; Г. Бондаренко „Малые колебания упругих систем“), либо принадлежат к разряду исследований и, следовательно, требуют от читателя еще более солидных и специальных знаний (например, Н. Крылов и Н. Боголюбов „Новые методы нелинейной механики“), либо, наконец, хотя и не требуют больших познаний в математике и механике, но уделяют основное внимание каким-нибудь частностям или не освещают вопроса с технической точки зрения (например, Ю. Фрит и Ф. Беккингем „Вибрация в технике“, Г. Баркгаузен „Введение в учение о колебаниях“).

В заключение автор считает своим долгом выразить глубокую благодарность профессору С. Э. Хайкину и доценту А. Н. Обморшеву, прочитавшим рукопись этой книги и давшим ряд ценных указаний и советов.

М. СЕРЕБГЕННИКОВ.

ОГЛАВЛЕНИЕ

	<i>Стр.</i>
§ 1. Колебательные движения и их роль в природе и в технике.	7
§ 2. Преобразование периодических движений.	11
§ 3. Классификация колебаний.	13
§ 4. Гармоническое колебание.	21
§ 5. Примеры гармонических колебаний	38
§ 6. Затухающие колебания.	43
§ 7. Сложение коллинеарных колебаний.	56
§ 8. Разложение колебания на составляющие гармоники.	66
§ 9. Сложение неколлинеарных гармонических колебаний.	81
§ 10. Сложение колебаний различного рода.	96
§ 11. Колебания при наличии периодической возмущающей силы.	104
§ 12. Возмущающие периодические несинусоидальные силы.	119
§ 13. Примеры:	133
А) Случай применения вынужденных колебаний и резонанса.	124
Б) Случай вредного влияния вынужденных колебаний и резонанса.	142
§ 14. Свободные негармонические колебания	149
§ 15. Колебания связанных систем.	159
§ 16. Некоторые другие технически важные случаи колебаний систем.	174
§ 17. Измерение колебаний и вибраций	204
Приложение.	217
Указатель.	219

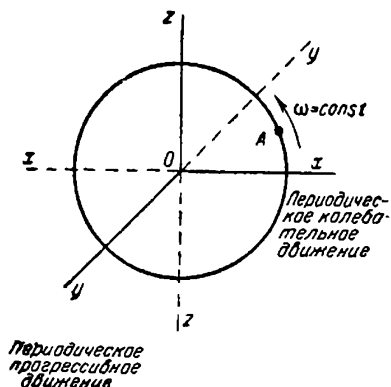
§ 1. КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ДВИЖЕНИЯ И ИХ РОЛЬ В ПРИРОДЕ И В ТЕХНИКЕ

Все бесконечно разнообразные движения тел, окружающих нас, могут быть разделены с точки зрения определенного наблюдателя, занимающего определенное положение, на две группы. К первой группе относятся движения, при которых тело, пройдя через какое-либо положение, либо в этом положении больше не возвращается, т. е. занимает с течением времени все новые и новые положения, либо возвращается к этому положению, но с другой скоростью. Такие движения называются *непериодическими*. Непериодическое движение совершает, например, свободно падающее тело, снаряд, выпущенный из орудия, и т. п.

К другой группе относятся такие движения, при которых должно быть по крайней мере одно какое-либо положение тела, к которому последнее постоянно возвращается с одной и той же скоростью. Такие движения называются *периодическими*. Периодические движения совершают, например, поршень в цилиндре паровой машины, стрелки часов при их перемещении по циферблату, материальная точка, равномерно перемещающаяся по окружности, и т. п., ибо во всех этих случаях имеются такие положения, к которым тело или точка постоянно вновь и вновь возвращается, имея одну и ту же скорость.

Нетрудно заметить, что периодические движения в свою очередь бывают двоякого рода. При одних из них тело проходит одно и то же положение все в одном и том же направлении, как, например, стрелка часов по циферблату. Такие периодические движения называются *прогрессивными*. При других периодических движениях, как, например, при движении поршня в цилиндре паровой машины, тело проходит одно и то же положение то в одном, то в противоположном направлении с одной и той же по величине скоростью. Такие периодические движения называются *периодическими колебаниями*. Малые колебания, происходящие очень быстро, называются *вибрациями*.

Однако, суждение о том, совершает ли данное тело или точка прогрессивное или колебательное движение, зависит не от характера самого движения, а от положения наблюдателя относительно движущегося тела. Чтобы это усмотреть, возьмем, например, три взаимно перпендикулярные прямые xx , yy , zz , пересекающиеся в одной точке O и составляющие так называемую декартову систему координат (фиг. 1). Возьмем в плоскости xOz какую-



Фиг. 1.

либо окружность с центром в O и заставим какую-нибудь точку A перемещаться по этой окружности все в одном и том же направлении с одной и той же скоростью. Тогда наблюдатель, смотрящий на точку A со стороны оси yy , увидит, что она совершает прогрессивное периодическое движение, а наблюдатель, смотрящий на точку со стороны оси x или оси z , увидит, что она совершает колебательное периодическое движение по некоторому прямолинейному отрезку, в виде которого ему

представится данная окружность. Это обстоятельство является следствием гораздо более общего закона, состоящего в том, что вообще характер движения тела есть понятие относительное, зависящее как от движения тела, так и от состояния покоя или движения самого наблюдателя и его расположения в пространстве.

Из сказанного следует, что если какая-либо точка совершает колебательное движение, то это означает, что ее расстояние до некоторого тела (системы отсчета) изменяется с течением времени периодически, т. е. если это расстояние сначала увеличивается, то, достигнув некоторого максимума, расстояние начнет уменьшаться до некоторого минимума, после чего опять начнется увеличение расстояния и т. д.

Существует много явлений, в которых определенные физические величины изменяются с течением времени точно таким же образом, как изменяется расстояние колеблющейся точки от системы отсчета. Примером такой физической величины может служить сила тока, протекающего по проводу, если ток переменный. И здесь сила тока, увеличившись до некоторого максимального значения, начнет уменьшаться и, достигнув некоторого

минимума, начнет вновь увеличиваться и т. д. В этом случае также говорят, что рассматриваемая физическая величина совершает колебание. Мало того, можно вообще себе представить такую величину, все равно — физическую или математическую, которая изменяется в зависимости от изменения другой величины точно так же, как изменяется расстояние колеблющейся точки в зависимости от времени. С точки зрения математического исследования все эти случаи равнозначны, т. е. могут быть пояснены при помощи одних и тех же математических формул и законов.

Поэтому в дальнейшем мы будем говорить преимущественно о механических колебаниях материальных точек и тел. При этом надо будет помнить, что установленные законы колебаний распространяются и на соответствующие случаи изменения других физических величин.

Колебательные механические движения и колебательные изменения физических величин самого различного характера чрезвычайно распространены как в технике, так и в природе. Можно даже без всякого преувеличения сказать, что колебательные движения и колебательные процессы представляют собой наиболее часто встречающиеся явления в технике и в природе. Трудно указать какую-либо область техники, в которой колебательные процессы не играли бы никакой роли. В большинстве случаев колебания играют важнейшую, если не первенствующую роль. Вот краткий и совершенно неполный перечень областей, в которых колебания и вибрации имеют особенно существенное значение.

В области машиностроения и приборостроения приходится иметь дело с преобразованиями различных видов движения в колебательные движения и наоборот. Помимо того в этой же области встречаются с вопросами, связанными с колебаниями и вибрациями отдельных частей механизмов и машин. Так, например, приходится исследовать вибрации лопаток паровых турбин при их вращении под действием пара, колебания лопастей винтов пароходов, колебания клапанов и регуляторов, частей регистрирующих измерительных приборов, весов и т. п. Помимо этого вибрационные явления играют крупнейшую роль при расчете на прочность различных частей машин: валов, стержней, канатов и т. п. Особенно важное значение эти расчеты имеют в моторостроении.

В строительном деле приходится во многих случаях учитывать влияние колебаний высоких сооружений: высоких зданий, маяков, башен, мачт и т. п. При конструировании и строительстве мостов, ферм и т. п. приходится уделять много внимания их колебаниям

точно так же, как и при строительстве фундаментов и зданий фабрично-заводских установок, где имеются двигатели, вызывающие своим функционированием вибрации.

В транспортном деле с колебаниями и вибрациями приходится встречаться при конструировании и эксплуатации всех видов современного транспорта. Различного рода колебания играют существенную роль при движении паровозов, автомобилей, трамваев, пароходов и т. п. Эти явления приходится исследовать либо с точки зрения колебания всего агрегата в целом (колебания всего паровоза, качка судна), либо с точки зрения колебаний отдельных его частей (колебания рессор, пружин, наддресорного строения). Влияние колебательных и вибрационных явлений сильно возрастает с увеличением скорости транспорта. Поэтому значение этого фактора увеличивается по мере развития техники транспорта. Так как наиболее быстроходным видом современного транспорта является авиация, то и понятно, что в авиационном деле вопросы колебаний стоят на одном из первых мест. Колебания и вибрации крыльев, хвостов и других частей аэроплана, точно так же как и его колебания в целом, влияют существеннейшим образом как на его прочность, так и на его полет. Помимо этого в области транспорта вопросам колебаний приходится уделять внимание и при устройстве пути (железнодорожных линий и т. п.).

В гидравлике приходится также сталкиваться с вопросами колебаний, в особенности при установлении законов движения волн и образования так называемых вихрей, движения жидкости в трубопроводах и в сообщающихся сосудах, в частности в гидравлических машинах.

К этому необходимо прибавить, что одна из самых основных областей современной техники, а именно электротехника, целиком основывается на изучении колебательных процессов различных электрических и электромагнитных величин и их взаимодействий (сила тока, напряжение, емкость, сопротивление и т. п.). При этом колебания играют одинаково большую роль как в электротехнике oilyных токов (выработка, передача и потребление электроэнергии), так и в электротехнике слабых токов, т. е. в областях телеграфии, телефонии и радиотехники.

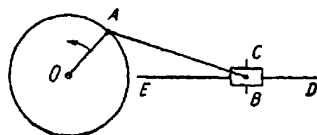
Следует также упомянуть, что имеются области естествознания, целью которых является исключительно исследование колебаний определенных физических сред. К такой области относится, например, сейсмология, т. е. наука, занимающаяся вопросами колебаний, в частности землетрясений, происходящих в толще земной поверхности.

Если, как мы видели, в технике колебательные и вибрационные процессы встречаются на каждом шагу и во всех почти областях, то в природе они имеют совершенно исключительное значение. Мы имеем в виду здесь не только те колебания механического характера, которые мы наблюдаем в природе повсюду, как, например, колебания веток и стволов деревьев при ветре или колебания стеблей злаков в поле, но главным образом те колебания и вибрации, о существовании которых мы обычно не подозреваем и которые тем не менее окружают нас всюду и всегда при любой обстановке. По современным воззрениям науки, все звуковые, тепловые, световые и электрические явления, т. е. все явления реального, окружающего нас и воспринимаемого нами мира, сводятся к явлениям вибрационного характера. Этим и объясняется, что современная физика, как наука, основывается в очень значительной своей части на исследовании колебательных явлений различных естественных процессов.

Отсюда понятно то исключительное значение колебаний и вибраций в природе и в нашей жизни, так как они не только окружают нас, но играют существеннейшую роль в нашем собственном организме. Внутренние движения наших органов, отправляющих свои физиологические функции, носят колебательный характер (биение сердца, перистальтические движения кишечника и т. п.). Таким образом, колебания и вибрации находятся не только вне нас, но и проникают, так сказать, в нас самих, как и во всякий живой организм.

§ 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДВИЖЕНИЙ

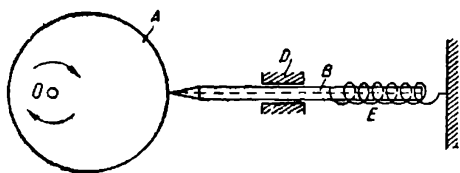
Прогрессивное периодическое движение может быть преобразовано при помощи соответствующих механизмов в колебательное движение. Наиболее распространенным механизмом для указанной цели является обычный кривошипно-шатунный механизм. Кривошип OA (фиг. 2) приводится во вращательное движение вокруг точки O ; вокруг пальца A кривошипа может вращаться шатун AB , конец которого B шарнирно соединен с ползуном C , перемещающимся по направляющей ED . При помощи этого механизма вращательное прогрессивное движение кривошипа преобразуется в колебательное движение ползуна.



Фиг. 2.

Вращательное периодическое движение может быть преобразовано в колебательное движение также при помощи так назы-

ваемых кулачковых механизмов, имеющих следующую конструкцию. Диск A определенного контура вращается вокруг точки O (фиг. 3). С контуром диска приходит в соприкосновение конец

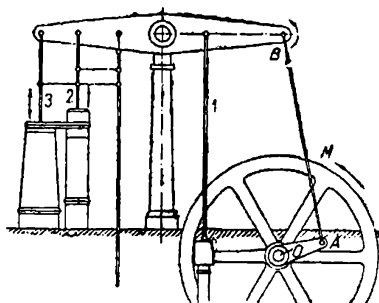


Фиг. 3.

песта B , перемещающегося в направляющем пазу D . Пест B все время прижимается к диску при помощи пружины E . При этих условиях, если вращать диск A , то пест будет совершать колебательное движение вдоль своей оси.

В частности диск может иметь вид круга с центром вращения, не совпадающим с центром круга. В этом случае диск называется эксцентриком.

В некоторых механизмах и приборах одно какое-либо вращательное движение преобразуется в целый ряд колебательных движений. Примером такого механизма может служить так называемый параллелограмм Ватта, схематически представленный на



Фиг. 4.

фиг. 4. В нем вращательное движение маховика M и его оси O превращается при помощи кривошипа OA , шатуна AB и коромысла BC в ряд колебательных движений стержней: поршневого (машинного), насосного и др.

При помощи других механизмов можно, наоборот, преобразовать колебательное движение во вращательное прогрессивное. Такое преобразование движения производится, например, при помощи известного всем педального

механизма швейной машины, точильного станка и т. п. (фиг. 5).

Колебательное движение точки может происходить либо вдоль некоторой прямой, либо по некоторой кривой. В первом случае колебание называется прямолинейным, а во втором — криволинейным. Прямолинейное колебание совершает, например, любая точка песта кулачкового механизма, а криволинейное колебание — любая точка груза качающегося маятника стальных часов или точка коромысла CB (фиг. 4). Если рассматривать колебания какого-либо тела, как целого, т. е. без отбо-

сительного смещения частиц тела друг относительно друга, то и здесь могут представиться два случая: либо все точки тела совершают прямолинейные колебания, либо все точки тела, за исключением, может быть, точек, лежащих на некоторой прямой, совершают криволинейные колебания по дугам окружностей. Последнее колебание представляет собой вращательное колебание тела, а совокупность точек, не принимающих участия в колебании и лежащих на прямой линии, представляет собой ось вращательного колебания. Такое вращательное колебание совершает, например, педаль вышеупомянутого педального механизма швейной машины.



Фиг. 5.

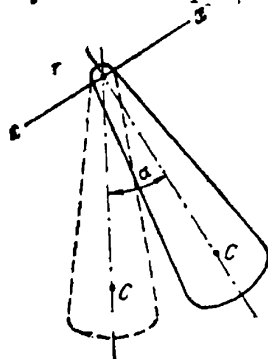
Всякое колебательное движение обладает еще и той особенностью, что скорости точек, участвующих в этом движении, по истечении определенных промежутков времени обязательно меняют свой знак, т. е. что точки движутся сначала в одном направлении, а затем в противоположном, после чего опять меняют свое направление на противоположное и т. д.

§ 3. КЛАССИФИКАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ

Колебательные движения как в мире техники, так и в мире природных явлений встречаются чрезвычайно часто, будучи в то же самое время крайне разнообразными по своему характеру. Они наиболее просты, если рассматривать колебания только одной материальной точки или такого тела, движение которого может быть определено движением одной его точки, или же вообще колебания одной какой-либо физической величины. Более сложны они, если происходит колебание целой системы точек, влияющих друг на друга и взаимно изменяющих во время движения характер этих колебаний. В последнем случае говорят, что имеет место колебание связанной системы. Примером колебания связанной системы может служить колебание двух маятников A_1 и A_2 , подвешенных к точкам O_1 и O_2 , когда между грузиками протянута пружина C (фиг. 142, II).

Иной раз, однако, данная система материальных точек или тело не может быть отождествлено при своем колебании с одной точкой, а все же весь процесс колебания может быть исследован и описан точно таким же образом, как и колебание одной точки. Возьмем какое-либо тело, способное вращаться вокруг некоторой

горизонтальной оси xx , не проходящей через центр тяжести C тела (фиг. 6). Если при этих условиях отвести тело в сторону и предоставить его затем самому себе, то тело начнет совершать вращательное колебание, осуществляя так называемый физический маятник. Если провести две плоскости — одну через ось вращения маятника и его центр тяжести, а другую через эту же ось вращения вертикально, то положение маятника



Фиг. 6.

в каждый момент определяется тем двугранным углом α , который эти две плоскости образуют между собой и который, непрерывно изменяясь при колебании маятника, вполне характеризует колебательный процесс.

С этим колебанием может быть сопоставлено прямолинейное колебание некоторой точки, которая изменяет с течением времени свое расстояние x от некоторой неподвижной точки O точно таким же образом, как изменяет свой угол α колеблющийся маятник. Итак, мы видим, что описание и исследование законов колебания маятника и точки будут одинаковыми, несмотря на то, что в данном случае тело, находящееся во вращательном движении, нельзя отождествить с материальной точкой. Объясняется это тем, что положение как рассматриваемой точки, движущейся по неподвижной прямой, так и тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, определяется только одной величиной — расстоянием x в первом случае, углом α — во втором. В этом случае говорят, что тело или точка имеет одну степень свободы.

В более общих случаях тело или система точек может иметь две, три и т. д. или вообще какое угодно число степеней свободы. Это означает, что для определения положения системы в пространстве требуется наличие двух, трех и т. д. величин, называемых обобщенными координатами, которые могут изменяться независимо друг от друга. Этими величинами могут являться без всякого различия отрезки прямой, углы, дуги окружности и т. д. Так, например, положение регулятора Ватта, представленного схематически на фиг. 7, определяется двумя независимыми величинами, а именно: углом φ между стержнем OA и осью OC и углом α , который образует плоскостью регулятора AOC с какой-либо определенной вертикальной плоскостью, проходящей через ось OC . Следовательно, регу-