

Ж. Лагранж

Аналитическая механика

**Том 1. Серия "Классики
естествознания"**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 53
ББК 22.3
Ж11

Ж11 **Ж. Лагранж**
Аналитическая механика: Том 1. Серия "Классики естествознания" / Ж. Лагранж – М.: Книга по Требованию, 2015. – 602 с.

ISBN 978-5-458-50357-0

Жозеф Луи Лагранж является одним из наиболее выдающихся деятелей точного естествознания 18 века. Особенно велики его заслуги в области математики, аналитической и небесной механики. Первая часть трактата Лагранжа посвящена изложению аналитической статики механических систем, подчиненных гладким, удерживающим связям, причем в основу этого изложения кладется аналитическая запись условия равновесия, вытекающего из принципа возможных перемещений, именуемая Лагранжем «общей формулой статики».

ISBN 978-5-458-50357-0

© Издание на русском языке, оформление

«YOYO Media», 2015

© Издание на русском языке, оцифровка,

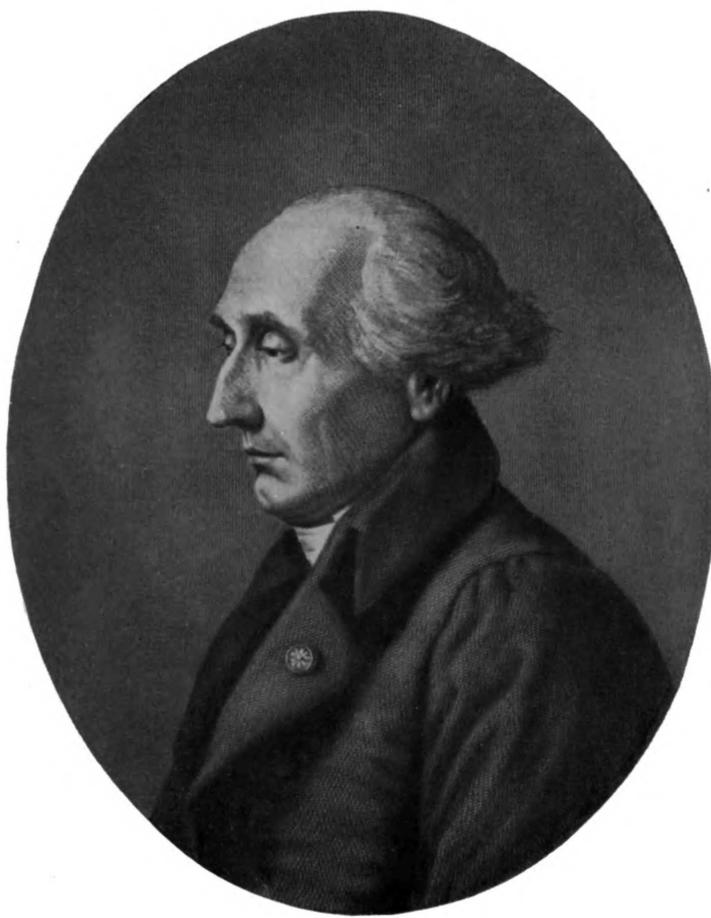
«Книга по Требованию», 2015

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, кляксы, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Ж. ЛАГРАНЖ

ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА.

Жозеф Луи Лагранж (1736—1813) является одним из наиболее выдающихся деятелей точного естествознания 18 века. Особенно велики его заслуги в области математики, аналитической и небесной механики.

Восемнадцатый век явился периодом формирования общей аналитической механики. К этому времени относится создание аналитического аппарата теории движения материальных точек, твердых тел и их систем, а также идеальной жидкости. Этот процесс формирования аналитической механики протекал под непосредственным воздействием различных областей естествознания и запросов быстро развивавшейся техники.

Основополагающее значение для аналитической механики точки, твердого тела и систем, не подверженных механическим связям, в 18 веке имели фундаментальные трактаты Леонарда Эйлера (1707—1783), созданные им в Петербургской Академии Наук. Аналитическая механика Эйлера имела в своей основе принцип ускоряющих сил и систему основных понятий механики Ньютона, творчески переработанную Эйлером при несомненном влиянии великого русского ученого М. В. Ломоносова.

Однако аналитическая механика Эйлера удовлетворяла больше требованиям небесной механики, чем запросам техники. Техника того времени была более заинтересована в построении аналитической статики и динамики систем твердых тел, подчиненных определенным механическим связям. В разрешении этой задачи Эйлер принял участие своими трудами по аналитическому развитию так называемого «петербургского принципа» динамики системы, сформулированного петербургским академиком Яковом Германном (1678—1733) как принцип «еже-

мгновенной» эквивалентности совокупности фактически приложенных сил и совокупности сил инерции отдельных точек рассматриваемой материальной системы. Несмотря на все свое значение, принцип этот, однако, остался в тени после того, как Даламбер (1717—1783) в своем «Трактате динамики» (1743) выдвинул в качестве основного принципа динамики системы обобщение принципа Якова Бернулли (1654—1705), сводящее условия движения системы к условию ее равновесия под действием потериенных сил. Теснейшая связь этого «принципа Даламбера» с «петербургским принципом» была выявлена впервые лишь Лагранжем.

Приобретя широкую известность, трактат Даламбера тем не менее не смог сыграть роли систематической сводки аппарата аналитической динамики материальных систем, ибо оказался лишь малоупорядоченным набором примеров на приложение принципа равновесия потерянных сил, не содержащим никаких методически стройных и единообразных приемов составления дифференциальных уравнений движения материальных систем. Главной причиной этого было то, что Даламбер не уделил внимания аналитическому оформлению того принципа статики системы, сочетание которого с «принципом Даламбера» только и дает возможность завершить составление упомянутых уравнений. Первым систематическим трактатом по аналитической механике систем материальных точек, подчиненных механическим связям, явился лишь трактат Лагранжа «Аналитическая механика», вышедший первым изданием в 1788 году. Он сыграл основополагающую роль для дальнейшего развития той разновидности аналитической механики, которая опирается на комбинацию принципа виртуальных перемещений с принципом Даламбера или с «петербургским принципом» динамики системы.

Первая часть трактата Лагранжа посвящена изложению аналитической статики механических систем, подчиненных гладким, удерживающим связям, причем в основу этого изложения кладется аналитическая запись условия равновесия, вытекающего из принципа возможных перемещений, именуемая Лагранжем «общей формулой статики».

Вторая часть трактата излагает аналитическую динамику таких же механических систем, причем в основу вывода системы

дифференциальных уравнений движения и вывода главнейших первых интегралов этой системы (именуемых Лагранжем «принципами» или «общими свойствами движения», «относящимися к центру инерции», «к площадям», «к живым силам» и т. п.) кладется аналитическая запись «общей формулы динамики», выражающей собою комбинацию принципа Даламбера (или «петербургского принципа») с принципом возможных перемещений.

Высокая степень систематичности изложения аналитического аппарата статики и динамики материальных систем, достигнутая в «Аналитической механике» Лагранжа, прекрасно осознавалась ее автором. Следуя стилю рационалистического механистического мировоззрения, прогрессивного для 18 века, Лагранж выражал это свое мнение, говоря, что он «предложил себе свести теорию механики и способ решения относящихся к ней задач к общим формулам, простое развертывание которых дает все уравнения, необходимые для решения любой задачи». Та же самая мысль выражена и в конце предисловия к первому изданию 1811 г., где Лагранж говорит, что «методы, которые здесь излагаются, не требуют ни построений, ни геометрических или механических рассуждений, но нуждаются исключительно в алгебраических операциях, подчиненных правильному и единообразному течению» и что «те, кто любит анализ, увидят с удовольствием, что механика сделалась его новой ветвью».

Именно эти высказывания Лагранжа и дали повод буржуазным историкам науки, в том числе Маху, представить трактат Лагранжа как демонстрацию «принципа экономии мышления в науке», как проявление воображаемого желания Лагранжа вытравить из механики всю ее материальную естественно-научную и техническую основу, как проявление якобы беспринципного формализма Лагранжа.

На самом деле, разумеется, ничего подобного не было. Советскому читателю, вооруженному марксистско-ленинской методологией, легко будет усмотреть под внешним математическим покровом «Аналитической механики» Лагранжа крепкие стихийно-материалистические стержни. Эти стержни служат надежным каркасом всей структуры этой книги, являющейся одним из лучших памятников человеческого гения той эпохи, когда механический материализм, будучи мировоз-

зрением революционного в то время «третьего сословия», сыграл свою прогрессивную роль в борьбе против одряхлевшей феодально-клерикальной идеологии.

Появлений стихийно-материалистических, чуждых беспринципному формализму установок в книге Лагранжа весьма много. Так, например, не потерявшие своего значения и до нашего времени исторические введения Лагранжа к статике и динамике ярко обнаруживают его материалистическое стремление установить сравнительную ценность отдельных принципов механики и их соответствие существу практических задач, причем для этой цели избирается правильный прием исторического анализа развития науки в связи с развитием конкретной тематики ее прикладных задач.

Достаточно вдуматься в ту аргументацию, которую извлекает из этих исторических обзоров в пользу избираемой им системы принципов механики Лагранж, чтобы ясно увидеть, что «общие формулы», к которым Лагранж стремится свести статику и динамику, мыслятся им по существу вовсе не как простые формально-математические записи, создаваемые для «экономии мышления», но как определенные отражения вполне реальных и объективно существующих вне человеческого мышления закономерностей движения материальных тел, в существовании которых Лагранж не сомневается ни в какой мере. Конечно, Лагранж не учитывает относительности знаний своего времени и абсолютизирует эти знания. Однако этот недостаток является дефектом всего механического материализма 18 века, отражающим его недиалектичность, но не лишающим его характерных и здоровых — для того времени — ведущих признаков именно материалистического мировоззрения.

Обратим, наконец, внимание на самообоснование и доказательство Лагранжем фундаментального для его механики принципа виртуальных перемещений, который сводится им к чисто техническому «принципу блоков». Тогда мы увидим, насколько глубоко было проникновение материалистических концепций в основу аналитической механики Лагранжа и насколько, следовательно, ложно клеветническое изображение механики Лагранжа махистскими фальсификаторами истории науки, как комбинации формализма с пресловутым принципом экономии мышления.

Обращаясь к конкретному содержанию статики и динамики Лагранжа, мы находим большое богатство основных форм условий равновесия и дифференциальных уравнений движения для многих фундаментальных задач, имеющих определенное техническое и естественно-научное значение и происхождение. Среди последних существенную роль в трактате Лагранжа играют проблемы небесной механики, что далеко не случайно, ибо Лагранж явился одним из основоположников классической небесной механики.

Лагранж уделяет также большое внимание проблеме эффективной трактовки самих задач, проблеме эффективного их решения. В этом опять проявляется конкретная материалистичность содержания трактата Лагранжа, его стихийная направленность на критерий практики.

Видя, что исчерпывающее большинство хоть сколько-нибудь сложных задач прикладного характера при тогдашнем состоянии математического анализа не допускает строгого решения, Лагранж предпринимает разработку методов приближенного решения таких задач и достигает здесь блестящих успехов.

Тем самым такие разделы динамики Лагранжа, как, например, посвященный разработке «общего метода приближений, основанного на вариации произвольных постоянных», помимо своего конкретного значения для небесной механики, физики и техники, имеют также и весьма большое методологическое значение, являясь выражением материалистической тенденции Лагранжа — не ограничиваться одним только написанием дифференциальных уравнений, но также и доводить решение задач механики до результатов, которые могли бы быть сравнены с наблюдательным и экспериментальным материалом, т. е. доводить трактовку задач механики до практического приложения.

Классический труд Лагранжа бесспорно является одним из важнейших документов в истории развития механики. Кроме колossalного богатства фактического теоретического материала, в значительной части не потерявшего своего значения и до нашего времени, это сочинение представляет большой интерес также и в общем методологическом плане борьбы материализма с идеализмом в области точного естествознания.

Кроме отмеченных выше специфических проявлений механистического упрощенного мировоззрения, типичного для 18 века, труд Лагранжа, разумеется, не свободен и от известных недостатков специального научного характера. Некоторые теоремы (например — «теорема Лагранжа об устойчивости равновесия консервативной динамической системы» и т. п.) доказаны в нем недостаточно строго, некоторые выводы недостаточно ясны или недостаточно общи (вывод условий равновесия проведен только для удерживающих связей, а вывод уравнений движения дан только для удерживающих и не зависящих от времени связей и т. д.). Дальнейший прогресс аналитической механики в 19 веке устранил эти недостатки и принес существенные обобщения системы аналитической механики Лагранжа, причем в этом прогрессе науки исключительно важную роль сыграли труды представителей передовой русской школы механики, школы Остроградского — Чебышева — Ляпунова — Жуковского.

Поэтому изучение «Аналитической механики» Лагранжа сможет дать советскому читателю также опорный подготовительный материал для изучения и правильной исторической оценки тех великих вкладов в аналитическую механику, которыми мировая наука обязана трудам М. В. Остроградского, О. И. Сомова, А. М. Ляпунова и других русских ученых.

Ж. ЛАГРАНЖ

АНАЛИТИЧЕСКАЯ
МЕХАНИКА

Том
I

СТАТИКА
ДИНАМИКА



