

Пржевальский Евгений Михайлович

**Сборник алгебраических
задач**

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 82-3
ББК 84-4
Е14

Е14 **Евгений Михайлович П.**
Сборник алгебраических задач / Пржевальский Евгений Михайлович – М.:
Книга по Требованию, 2022. – 232 с.

ISBN 978-5-519-79528-9

ISBN 978-5-519-79528-9

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2022

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2022

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

ОТДѢЛЪ ПЕРВЫЙ.

1. ЗАДАЧИ НА ОПРЕДѢЛЕНІЕ ЧИСЛЕННОЙ ВЕЛИЧИНЫ АЛГЕБРАИЧЕСКИХЪ ФОРМУЛЪ

Опредѣлить численную величину:

1. $a^2 + x^2$ при $a=2$ и $x=3,4$.

2. $\frac{a^2}{b^2} + ab$ при $a=2,5$ и $b=0,5$.

3. $\frac{m+n+a}{n-a}$ при $a=0,2$, $n=7$ и $m=3\frac{1}{60}$.

4. $\frac{a^2}{b^2+c} + 2ab^3$ при $a=4$, $b=1$ и $c=2,2$.

5. $\frac{u^2+x^2}{u} + \frac{v}{x}$ при $u=1,2$, $v=0$ и $x=1\frac{1}{8}$.

6. $\frac{a^2c^2}{b.(c+a^2)}$ при $a=1,2$, $b=1$ и $c=\frac{1}{3}$.

7. $\frac{2a^2+b}{c} + b^2+c$ при $a=0,2$, $b=2\frac{1}{5}$ и $c=12$.

8. $\frac{v^2}{b^2} - \left(\frac{v^2}{b} - \frac{v}{b^2}\right)$ при $v=2\frac{1}{3}$ и $b=1,4$.

9. $2,3a^2b - ab - 8a + 7,161$ при $a=2,1$ и $b=1\frac{4}{7}$.

10. $\left[\left(\frac{x^2}{y^3} + \frac{1}{x}\right) : \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x}\right)\right] \cdot \frac{y}{x+y}$ при $x=1$ и $y=\frac{4}{7}$.

11. $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2}$ при $x=\frac{1}{3}$ и $a=0,5$.

12. $\frac{2b \cdot (b^2 - 2a)}{7,5a^2b^2 - 16a^3 + \frac{1}{5}a^2b^2}$ при $b = 1\frac{1}{5}$ и $a = 0,2$.

13. $\frac{(a+2a^2-c)^2-(a^2-c^2)}{a^2+b^2+1,04}$ при $a=1,4$, $b=3$ и $c=0,12$.

14. $\left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} - \frac{4y^2}{x^2-y^2}\right) \cdot \frac{x+y}{2y}$ при $x=3\frac{7}{12}$ и $y=2,4$.

15. $\left[\left(\frac{x+2y}{x+y} + \frac{x}{y} \right) : \left(\frac{x+2y}{y} - \frac{x}{x+y} \right) \right]^2$ при $x=0,5$ и $y=1\frac{11}{15}$.

16. $\left\{ \left(\frac{m^2 + n^2}{n} - m \right) : \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{m} \right) \right\} \cdot \frac{m^2 - n^2}{m^3 + n^3}$ при $n=2$ и $m=4, 2$.

17. $\frac{a+b+c}{b+c-a} \cdot \left(1 + \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right)$ при $a=2$, $b=0,6$ и $c=1\frac{1}{6}$.

18. $\frac{1}{1}$ при $x=2\frac{1}{3}$.
 $x + \frac{1}{1 + \frac{x+1}{3-x}}$

II. ЗАДАЧИ НА СЛОЖЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХЪ КО- ЛИЧЕСТВЪ.

А. Сложение отрицательных чисел.

1. $7 + (-5\frac{1}{9})$.

2. $5,5 + (-1\frac{1}{3}) - 2,$

3. $4\frac{7}{12} + (-9\frac{3}{40}) + (-2,3)$.

3. $4\frac{7}{12} + (-9\frac{5}{6}) + (-2,3)$. 4. $-3,7 + (-4) + (-12,8)$.

5. $-3,4 - 2\frac{7}{60} + (-4)$.

6. $[8, 4 + (-2)] + [(-3, 7) + (-2\frac{11}{26})]$.

7. $\{[9\frac{17}{19} + (-0,2)] - 1\frac{7}{12}\} + (-6).$

53. Если положимъ:

$$\begin{aligned} a+b+c &= -p_1, & a^3+b^3+c^3 &= S_2, \\ ab+ac+bc &= p_2, & \text{и } a^3+b^3+c^3 &= S_3, \text{ то найдемъ, что:} \\ abc &= p_3, & a^4+b^4+c^4 &= S_4, \\ S_2 &= p_1^3 - 2p_2, \quad S_3 = -p_1^3 + 3p_1p_2 - 3p_3 \\ \text{и } a^3b^2+a^2c^2+b^2c^2 &= \frac{1}{2}(S_2^2 - S_4). \end{aligned}$$

54. Если положимъ:

$$\begin{aligned} a+b+c+d &= A, & \text{и } ab(a^2+b^2) &= cd(c^2+d^2), \text{ то найдемъ,} \\ a+b-c-d &= B, & \text{что:} \\ a-b+c-d &= C, & AB.(A^2+B^2) &= CD.(C^2+D^2). \\ a-b-c+d &= D \end{aligned}$$

55. Показать, что если: $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots + \alpha_n = \frac{n}{2} \cdot s$, то

$$(s-\alpha_1)^2 + (s-\alpha_2)^2 + \dots + (s-\alpha_n)^2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \dots + \alpha_n^2.$$

56. Если $s=a+b+c$, то показать, что: $s(s-2b)(s-2c) + s(s-2c)(s-2a) + s(s-2a)(s-2b) = (s-2a)(s-2b)(s-2c) + 8abc$.

57. Если $2s=a+b+c$, то показать, что: $2(s-a)(s-b)(s-c) + a(s-b)(s-c) + b(s-c)(s-a) + c(s-a)(s-b) = abc$.

58. Если $2s=a+b+c$ и $2\sigma^2=a^2+b^2+c^2$, то показать, что: $(\sigma^2-a^2)(\sigma^2-b^2) + (\sigma^2-b^2)(\sigma^2-c^2) + (\sigma^2-c^2)(\sigma^2-a^2) = 4s(s-a)(s-b)(s-c)$.

59. Показать, что: $[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2]^2 = 2[(a-b)^4 + (b-c)^4 + (c-a)^4]$.

VII. ЗАДАЧИ НА НАХОЖДЕНИЕ ОБЩАГО НАИБОЛЬШЕГО ДѢЛИТЕЛЯ И НАИМЕНЬШАГО КРАТНАГО.

А. Нахождение общаго наибольшаго дѣлителя.

1. $20a^2x^4b$, $40ax^3$ и $10a^2x^3$.
2. $20a^4b^2$, $12a^3$ и $10a^2b$.
3. $55x^2b^4$, $20x^3b^3$, $15a^2b^3x^3$ и $5a^4b^4$.
4. $100x^4y$, $120y^3$, $60xz^3$ и $20z^2$.
5. x^2-3x+2 и x^2-x-2 .
6. $x^3+3x^2+4x+12$ и x^2+4x^2+4x+3 .
7. x^3+x^2+x-3 и x^3+3x^2+5x+3 .
8. x^3+1 и x^3+mx^2+mx+1 .
9. $6x^3-7ax^2-20a^2x$ и $3ax^2+a^2x-4a^3$.
10. x^5-y^5 и x^2-y^2 .
11. $3x^3-13x^2+23x-21$ и $6x^3+x^2-44x+21$.
12. $x^4-3x^3+2x^2+x-1$ и x^3-x^2-2x+2 .
13. $x^4-7x^3+8x^2+28x-48$ и $x^3-8x^2+19x-14$.
14. $x^4-x^3+2x^2+x+3$ и x^4+2x^3-x-2 .
15. $4x^4+9x^3+2x^2-2x-4$ и $3x^3+5x^2+x-2$.
16. $2x^4-12x^3+19x^2-6x+9$ и $4x^3-18x^2+19x-3$.
17. $6x^4+x^3-x$ и $4x^3-6x^2-4x+3$.
18. $2x^5-11x^2-9$ и $4x^5+11x^4+81$.
19. $x^5+3x^4-8x^3-9x-3$ и $x^5-2x^4-6x^3+4x^2+13x+6$.
20. $6x^5-4x^4-11x^3-3x^2-3x-1$ и $4x^4+2x^3-18x^2+3x-5$.
21. $x^3+ax^2-axy-y^3$ и $x^4+2x^3y-a^2x^2+x^2y^2-2axy^2-y$.
22. $2a^4+3a^3x-9a^2x^2$ и $6a^4x-17a^3x^2+14a^2x^3-3ax^4$.
23. $2x^3+(2a-9)x^2-(9a+6)x+27$ и $2x^2-13x+18$.
24. $a^3x^3-a^2bx^2y+ab^2xy^2-b^3y^3$ и $2a^2bx^2y-ab^2xy^2-b^3y^3$.

25. $12x^2 - 15xy + 3y^2$ и $6x^3 - 6x^2y + 2xy^2 - 2y^3$.
 26. $x^4 - ax^3 - a^2x^2 - a^3x - 2a^4$ и $3x^3 - 7ax^2 + 3a^2x - 2a^3$.
 27. $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$, $a^3 - 3ab^2 + 2b^3$ и $a^3 - 2a^2b - ab^2 + 2b^3$.
 28. $a^5 + b^5$, $a^4 - b^4$ и $a^3 + b^3$.
 29. $x^2 - 2a^2 - ax$, $x^2 - 4a^2$, $x^2 - 6a^2 + ax$ и $x^2 - 8a^2 + 2ax$.
 30. $3x^3 - 7x^2y + 5xy^2 - y^3$, $x^2y + 3xy^2 - 3x^3 - y^3$ и $3x^3 + 5x^2y + xy^2 - y^3$.

В. Нахождение наименьшего кратного.

31. $4a^3b$, $2ab^2$ и $3ax$. 32. $7a^2b$, $3a^3bx$, $2ab$ и $2a^2x^3$.
 33. $20m^4l^2$, $12m^3$ и $10m^2l$. 34. $8a^2x^3$, $30a^3x^3$, $4a^3x^4$ и $10ax$.
 35. $90xy^8$, $50x^3m^4$ и $6x^2y^2m^2$.
 36. $a^3 - x^3$ и $a^2 - x^2$. 37. $(a^2x - ax^2)^2$ и $ax(a^2 - x^2)^2$.
 38. $x^2 - y^2$, $(x - y)^2$ и $x^3 - y^3$.
 39. $6x^2 - x - 1$ и $2x^2 + 3x - 2$.
 40. $3x^2 - 5x + 2$ и $4x^3 - 4x^2 - x + 1$.
 41. $x^3 - 1$ и $x^2 + x - 2$.
 42. $x^3 - 9x^2 + 23x - 15$ и $x^2 - 8x + 7$.
 43. $(x + 1)(x^2 - 1)$ и $x^5 - 1$.
 44. $x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3$ и $x^5 - 2x^2y - xy^2 + 2y^3$.
 45. $2x - 1$, $4x^2 - 1$ и $4x^3 + 1$.
 46. $x^5 - x$, $x^3 - 1$ и $x^3 + 1$.
 47. $x^2 - 4a^2$, $(x + 2a)^5$ и $(x - 2a)^3$.
 48. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$ и $x^3 - 8x^2 + 19x - 12$.
 49. $x^2 - 4a^2$, $x^3 + 2ax^2 + 4a^2x + 8a^3$ и $x^3 - 2ax^2 + 4a^2x - 8a^3$.
 50. $6(a^3 - b^3)(a - b)^3$, $9(a^4 - b^4)(a - b)^2$ и $12(a^2 - b^2)^3$.
 51. $2x^3 + (2a - 3b)x^2 - (2b^2 + 3ab)x + 3b^3$ и $2x^2 - (3b - 2c)x - 3bc$

VIII. ЗАДАЧИ НА АЛГЕБРАИЧЕСКІЯ ДРОБИ.

А. Сокращеніе дробей.

1. $\frac{4x^4m^5n^2}{9x^3m^6n^2}$.
2. $\frac{2,5a^2b^5c^4}{5a^3b^4c^5}$.
3. $\frac{3a^2+3ax}{a^2-x^2}$.
4. $\frac{a^3+2a^2}{a^2+4a+4}$.
5. $\frac{a-b}{a^3-b^3}$.
6. $\frac{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}{a^2+2ab+b^2}$.
7. $\frac{x^5-6x^3+11x-6}{x^2-3x+2}$.
8. $\frac{x^4+10x^3+35x^2+50x+24}{x^3+9x^2+26x+24}$.
9. $\frac{3x^5-16x^2+23x-6}{2x^5-11x^2+17x-6}$.
10. $\frac{6x^5-5x^2+4}{2x^5-x^2-x+2}$.
11. $\frac{2x^3+9x^2+7x-3}{3x^5+5x^3-15x+4}$.
12. $\frac{3x^2+12x+9}{x^5+5x^3+6}$.
13. $\frac{x^5-6x^2-37x+210}{x^5+4x^2-47x-210}$.
14. $\frac{x^4+2x^2+9}{x^4-4x^3+4x^2-9}$.
15. $\frac{x^5+2x^2+2x}{x^5+4x}$.
16. $\frac{x^4-x^5-x+1}{x^4-2x^3-x^2-2x+1}$.
17. $\frac{a^5-ba^4-ab^4+b^5}{a^4-ba^3-a^2b^2+ab^3}$.
18. $\frac{bx+2}{2b+(b^2-4)x-2bx^2}$.
19. $\frac{6x^4+10x^3+2x^2-20x-28}{3x^5+14x^2+22x+21}$.
20. $\frac{1-a^2}{(1+ax)^2-(a+x)^2}$.
21. $\frac{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}{ab(x^2-y^2)+xy(a^2-b^2)}$.
22. $\frac{(x+y)^7-x^7-y^7}{(x+y)^6-x^6-y^6}$.
23. $\frac{(1-10x^2+5x^4)(5-30x^2+5x^4)+(5x-10x^3+x^5)(20x-20x^5)}{(5x-10x^3+x^5)^2+(1-10x^2+5x^4)^2}$.
24. $\frac{(1-a^2)(1-b^2)(1-c^2)-(c+ab)(b+ca)(a+bc)}{1-a^2-b^2-c^2-2abc}$.

25.
$$\frac{1}{1 - \frac{[a+b+(1+ab)x]^2}{[1+ab+(a+b)x]}} \times \frac{(1+ab)[1+ab+(a+b)x] - (a+b)[a+b+(1+ab)x]}{[1+ab+(a+b)x]^2}.$$
26.
$$\frac{(a-b)(a+b+c)(a+b-c)}{2a^2b^2+2a^2c^2+2b^2c^2-a^4-b^4-c^4}.$$
27.
$$\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}.$$
28. Если въ многочленѣ: $ax^2+2bxy+cy^2$ положимъ $x=\alpha x' + \beta y'$ и $y=\alpha' x' + \beta' y'$, то онъ приметъ видъ: $Ax'^2+2Bx'y' + Cy'^2$; опредѣлить выраженіе:
- $$\frac{B^2-4AC}{b^2-4ac}.$$

В. Сложение дробей.

29. $\frac{d^2}{25a^3} + \frac{a}{10b^3} + \frac{1}{8a^2b^3}.$
30. $2,3a^2b + \frac{3a^3}{2a^2b}.$
31. $3a^2b + \frac{2m^2}{3ab^4} + \frac{2b}{6a^3}.$
32. $\frac{1}{6a^3b} + \frac{3}{2} + \frac{n}{4a^2b^2} + \frac{p}{18a^2b^5}.$
33. $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}.$
34. $\frac{2a+3x}{2a-3x} + \frac{2x-3x}{2a+3x}.$
35. $\frac{n}{a^n+1} + \frac{n}{a^n-1}.$
36. $\frac{1+x}{1+x+x^2} + \frac{1-x}{1-x+x^2}.$
37. $\frac{1}{1+x^{q-p}} + \frac{1}{1+\frac{1}{x^{q-p}}}.$
38. $\frac{1}{4(1+y)} + \frac{1}{4(1-y)} + \frac{1}{2(1+y^2)}.$
39. $\frac{1-x+x^2}{1+x-x^2} + \frac{6x^3-4x^4}{1+x-x^2} - 4x^2+2x-1.$

40. $\frac{5x^2+2}{x-1} + \frac{3x^3-5x-12}{x^2-1} + \frac{2-5x^2}{x+1}$.
41. $\frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x} + \frac{a^2+x^2}{a^2-x^2} + \frac{4ax}{a^2+x^2}$.
42. $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} + \frac{8-4x}{2x^2-2}$. 43. $\frac{2}{x} + \frac{3}{1-2x} + \frac{2x-3}{1-4x^2}$.
44. $\frac{3+2x}{2-x} + \frac{3x-2}{2+x} + \frac{x^2-16x}{4-x^2}$.
45. $\frac{1}{x-3} + \frac{x-1}{x^2+3x+9} + \frac{x^2+x-3}{x^3-27}$.
46. $\frac{1}{x^2-x+1} + \frac{1}{x^2+x+1} + \frac{1}{x^4-x^2+1}$.
47. $\frac{x^2+2x+3}{x^3-1} + \frac{x+2}{x^2+x+1} + \frac{1}{x-1}$.
48. $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{2x}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+5x+6}$.
49. $\frac{x^2+y^2-2xy}{x^2+y^2-z^2-2xy} + \frac{x+y+z}{x-y-z} + \frac{x-y-z}{x-y+z}$.
50. $\frac{a}{x+a} + \frac{a}{x-a} + \frac{a(2a-x)}{x^2-ax+a^2} + \frac{a(2a+x)}{x^2+ax+a^2}$.
51. $\frac{2}{x+a} + \frac{3a}{(x+a)^2} + \frac{3a-2x}{x^2-2ax+3a^2}$.
52. $\frac{x^2-(y-z)^2}{(x+z)^2-y^2} + \frac{y^2-(x-z)^2}{(x+y)^2-z^2} + \frac{z^2-(x-y)^2}{(y+z)^2-x^2}$.
53. $\frac{a+b}{(b-c)(c-a)} + \frac{b+c}{(c-a)(a-b)} + \frac{c+a}{(a-b)(b-c)}$.
54. $\frac{a^2-bc}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2-ca}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2-ab}{(c+a)(c+b)}$.

55. $\frac{ab}{(b-c)(c-a)} + \frac{bc}{(c-a)(a-b)} + \frac{ca}{(a-b)(b-c)}.$
56. $\frac{a-b}{a+b} + \frac{b-c}{b+c} + \frac{c-a}{c+a} + \frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}.$
57. $\frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a} + \frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}.$
58. $\frac{y^2 x^2}{b^2 c^2} + \frac{(x^2 - b^2)(b^2 - y^2)}{b^2(c^2 - b^2)} + \frac{(c^2 - x^2)(c^2 - y^2)}{c^2(c^2 - b^2)}.$
59. $\frac{x^2 z^2}{b^2 c^2} + \frac{(x^2 - b^2)(b^2 - z^2)y^2}{(y^2 - b^2)(c^2 - b^2)b^2} + \frac{(x^2 - c^2)(c^2 - z^2)y^2}{(c^2 - y^2)(c^2 - b^2)c^2}.$

С. Вычитание дроби.

60. $4 - \frac{7x^2 y^3}{14x^4 y^2}.$
61. $\frac{3m}{36m^2 x} - \frac{0,5}{20m^3 x^2} - \frac{2a^2 x^2}{3x^3}.$
62. $\frac{7m}{9b^2 c^3} - \frac{p}{5c^3} + \frac{4}{3bc}.$
63. $\frac{20a^3 p + m^2}{40a^3 b^2} - 2a^2 b - \frac{p}{2b^2}.$
64. $\frac{3a-4b}{7} - \frac{2a-b-c}{3} + \frac{15a-4c}{12} - \frac{a-4b}{21}.$
65. $\frac{2x^2 + 4xy + 2y^2}{2x^2 + 2xy} - \frac{x}{y-x}.$
66. $\frac{a}{a-x} + \frac{3a}{a+x} - \frac{2ax}{a^2 - x^2}.$
67. $\frac{(a^2 + b^2)^2}{ab(a-b)^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} - 2.$
68. $-\frac{pq-q^2}{p^2-q^2} + \frac{p^2-pq}{p^2-q^2}$
69. $\frac{2}{x} - \frac{3}{2x-1} - \frac{2x-3}{4x^2-1}.$

70. $\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right)(a+b) - \left(\frac{a+b}{m} - \frac{a-b}{n}\right).$
71. $\frac{a^3}{(a-b)^3} + \frac{ab}{(a-b)^2} - \frac{a}{a-b}.$
72. $\frac{5}{2x+2} - \frac{1}{10(x-1)} - \frac{24}{5(2x+3)}.$
73. $\frac{b-2a}{x-b} - \frac{a-2b}{x+b} + \frac{3x(a-b)}{x^2-b^2}.$
74. $\frac{3}{1-2x} - \frac{7}{1+2x} - \frac{4-20x}{4x^2-1}.$
75. $\frac{1}{a+b} + \frac{b}{a^2-b^2} - \frac{a}{a^2+b^2}.$
76. $\frac{1}{x^2-y^2} + \frac{1}{(x+y)^2} - \frac{1}{(x-y)^2}.$
77. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x^2+4x+4}.$
78. $\frac{1}{x^2+3x+2} - \frac{3}{(x+1)(x+2)(x+3)}.$
79. $\frac{8}{5(x-2)} - \frac{13}{80(x+3)} - \frac{5}{4(x-1)^2} + \frac{23}{16(1-x)}.$
80. $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - \frac{2x}{x^2+1}.$
81. $\frac{4}{x^2+1} - \frac{1+2x}{(x^2+1)^2} - \frac{4}{x^2+x+1} - \frac{1}{(x^2+x+1)^2}$
82. $\frac{1}{x+1} - \left[\frac{6}{1-x} - \left(\frac{2}{1+2x} - \frac{16}{2x-1} \right) \right].$
83. $\frac{1}{x} - \frac{2}{1+x+x^2} - \left[\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{2}{1+x} \right].$