

Г.Б. Клейнер

Производственные функции

Теория, методы, применение

**Москва
«Книга по Требованию»**

УДК 316.012
ББК 65.30
Г11

Г11 **Г.Б. Клейнер**
Производственные функции: Теория, методы, применение / Г.Б. Клейнер – М.: Книга по Требованию, 2021. – 240 с.

ISBN 978-5-458-34926-0

Производственные функции рассматриваются в монографии как экономико-математические модели, выражающие соотношения между выпуском продукции и объемами ресурсов. Исследуются все этапы построения и использования моделей вплоть до программного обеспечения. Особое внимание уделяется практическому применению производственных функций в экономическом анализе, планировании и прогнозировании.

ISBN 978-5-458-34926-0

© Издание на русском языке, оформление
«YOYO Media», 2021

© Издание на русском языке, оцифровка,
«Книга по Требованию», 2021

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.



Серия Книжный Ренессанс

www.samizday.ru/reprint

проксимации, но и избежать неправомерной интерпретации результатов использования построенной модели.

Особое внимание в книге уделяется анализу предпосылок, лежащих в основе применения производственной функции того или иного вида, связи теоретических вопросов с методикой применения производственных функций, определению сфер и границ их применения.

В построении производственных функций на базе статистических данных много общего с построением регрессионных моделей, при этом имеют место те же явные и скрытые трудности, с которыми связано применение регрессионного анализа. Простота аппарата регрессионного моделирования создает иллюзию его неограниченной применимости для описания любых зависимостей между показателями. Однако недостаточное внимание к исходным предположениям регрессионного анализа приводит порой к отрицательным результатам, вызывающим критику всего направления в целом. Для производственных функций в данной книге сделана попытка разработать такую методику экономико-статистического моделирования, которая не допускала бы расширительного применения и толкования его результатов и давала удовлетворительные результаты в случаях, когда применение производственной функции допустимо.

С различными вопросами, возникающими при разработке и применении производственных функций, сталкивается широкий круг экономистов. В него входят экономисты-математики, разрабатывающие инструментарий и методологию экономико-математического моделирования; системные аналитики и разработчики моделей конкретных хозяйственных систем; экономисты-практики, непосредственно применяющие производственные функции в своей работе. В связи с этим отдельные параграфы книги адресованы различным категориям читателей и написаны с неодинаковой степенью строгости. В ходе изложения все основные используемые экономические, математические и статистические понятия определяются или разъясняются.

Автор выражает глубокую благодарность Э. Б. Ершову и Е. З. Демиденко, чьи ценные советы и замечания способствовали улучшению рукописи.

Глава 1

ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ



1.1. ОСОБЕННОСТИ ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

1.1.1. Производственный процесс и его экономико-математическая модель

Главной задачей социалистического предприятия, объединения, отрасли является удовлетворение производственных и других потребностей народного хозяйства в определенных видах товаров или услуг. Эта задача осуществляется путем организации производственного процесса — процесса переработки сырья, материалов, полуфабрикатов в готовую продукцию, реализуемую потребителю. Для обеспечения нормального протекания этого основного процесса необходим ряд других, вспомогательных, процессов, таких, как материально-техническое снабжение, капитальный ремонт, реконструкция и модернизация оборудования, финансирование затрат на производство, обеспечение его кадрами соответствующей квалификации, а также разнообразной документацией, необходимой для производства изделий. Кроме того, в функции предприятия или производственного объединения входят реализация и доставка к потребителю произведенной продукции и т. д. В результате любая, даже относительно малая по масштабу, хозяйственная единица представляет собой сложную систему, в которой взаимодействуют десятки экономических, технических и социальных процессов, постоянно изменяющихся под воздействием внешних условий, в том числе научно-технического прогресса.

В такой ситуации управление производственными объектами превращается в задачу, требующую применения специальных средств анализа и планирования. Одним из таких средств является экономико-математическое моделирование.

Уточним основные понятия экономико-математического моделирования, на которые мы будем опираться в процессе

изложения. Как известно, суть математического моделирования состоит в замене реального объекта некоторой математической конструкцией (*математической моделью*), в том или ином смысле отражающей характерные черты моделируемого процесса. При этом между некоторыми характеристиками модели и свойствами процесса устанавливается двусторонняя связь, благодаря которой, с одной стороны, мы можем использовать данные об особенностях процесса для построения и уточнения его модели, с другой — интерпретировать результаты ее исследования в терминах, непосредственно характеризующих свойства процесса.

Сами по себе математические объекты — матрицы, функции, уравнения и т. п., являясь результатами абстрагирования свойств многих реальных объектов или процессов, утрачивают связь с конкретными процессами и служат исходным «материалом» для моделирования. Их также можно называть математическими моделями, если не требовать разъяснения, какой реальный процесс и с какой целью моделируется. Для того чтобы связать такой математический объект с реальным объектом и говорить не о модели «вообще», а о модели конкретного объекта, необходимо указать способы использования информации об объекте для построения и уточнения модели (т. е. *идентификации модели* или ее компонентов), а также способы и возможности использования модели для исследования свойств объекта (способы *интерпретации модели* или ее компонентов). Таким образом, под математической моделью данного процесса мы будем понимать математическую конструкцию, являющуюся результатом идентификации и снабженную правилами дальнейшей идентификации и интерпретации ее компонентов.

Процесс идентификации модели на основе данных о реальном объекте с другой точки зрения может рассматриваться как процесс измерения различных характеристик объекта; инструментом измерения при этом служит сама идентифицируемая модель.

Для связи между реальным производственным процессом и его математической моделью используется множество *показателей*. Каждый из них представляет собой способ определения количественной характеристики процесса [12]. В ряде случаев значения показателей даются не в числовых, а в порядковых или номинальных шкалах [44]. Тогда показатели именуются *признаками*.

Исходными данными для вычисления фактических значений количественных показателей служат результаты непосредственных измерений (наблюдений) или рассчитанные заранее значения других показателей. Для фактических

значений *экономических показателей* характерно, что первичными исходными данными являются данные бухгалтерского учета и статистической отчетности.

Экономико-математические модели выделяются среди математических моделей тем, что объектом моделирования являются экономические процессы, а сами модели отражают экономические связи и отношения, существующие в реальных процессах или явлениях. При идентификации и интерпретации экономико-математических моделей используются экономические показатели.

1.1.2. Основные характеристики экономико-математических моделей

Каждая экономико-математическая модель реального явления характеризуется: а) объектом моделирования; б) системным описанием объекта; в) целями построения модели; г) принципами моделирования; д) аппаратом моделирования; е) способами идентификации и интерпретации.

Объектом моделирования может быть либо реальная хозяйственная система, либо один или несколько процессов, протекающих в такой системе. Для построения модели необходимо не просто указать наименование объекта, а дать его описание в виде системы, т. е. определить его границы взаимодействия с внешней средой, его структуру. Модели, отражающие один и тот же объект с различных точек зрения, следует считать различными.

Построение модели само по себе не является самоцелью. Большинство экономико-математических моделей строится с вполне конкретными целями, для решения определенных плано-аналитических задач. Учет этих целей необходим при разработке и идентификации модели, для правильной формулировки понятия адекватности модели и методов ее проверки. Понятие адекватности модели имеет две различные грани [48]. Во-первых, можно говорить об адекватности модели изучаемому реальному процессу, понимая под этим степень соответствия между его характеристиками и характеристиками модели. Во-вторых, следует оценивать адекватность поставленной задаче.

Поскольку модель представляет собой существенно упрощенный образ реальности, какие-то ее стороны не находят отражения в модели, в то время как другим уделяется особое внимание. В основе каждой модели лежит система предпосылок, определяющих исходные принципы построения модели. Формулировка и последовательная реализация этих принципов при построении модели необходимы для

правильного понимания смысла результатов, полученных с помощью модели.

Аппарат моделирования определяется типом математических конструкций, используемых для построения модели. Наиболее распространенными являются модели, построенные с помощью аппарата матричной алгебры, линейного программирования, регрессионного анализа. Иногда говорят о специфическом «аппарате производственных функций». Выбор того или иного аппарата моделирования в значительной мере опирается на предпосылки, положенные в основу модели.

Наконец, последнюю группу характеристик модели составляют способы идентификации и интерпретации модели. Для иллюстрации рассмотрим следующий пример. Предположим, что в уравнении

$$y = a_1x_1 + \dots + a_nx_n,$$

связывающем выходной показатель процесса y с входными показателями $x_1, \dots, x_n$, параметры $a_1, \dots, a_n$ определялись в одном случае методом наименьших квадратов (см., например, § 2.4), в другом — методом экспертных оценок. Полученные модели будем считать различными моделями одного и того же процесса. Аналогичным образом различное истолкование показателей $x_1, \dots, x_n, y$ в этом выражении также приводит к разным моделям.

Приведенные шесть групп характеристик, конечно, не определяют экономико-математическую модель однозначно, однако они содержат достаточную информацию для проводимой в дальнейшем классификации моделей с целью выделения среди них производственной функции. Более подробную систему признаков можно найти в [17].

1.1.3. Экономико-статистические модели

Обычно величины, входящие в экономико-математическую модель, делятся на две группы: переменные и коэффициенты (параметры). Коэффициенты не зависят непосредственно от других величин модели и образуют как бы каркас модели, на котором располагаются все ее остальные компоненты. Поэтому в экономико-статистической литературе иногда коэффициенты называются структурными параметрами модели [49].

Деление величин на переменные модели и ее параметры не абсолютно. В зависимости от того, какие задачи решаются с помощью данной модели, одна и та же величина может рассматриваться либо как переменная, получающаяся

в результате решения модели, либо как постоянная, определяемая до использования модели.

Процесс идентификации модели состоит из двух частей: во-первых, переменные модели отождествляются с показателями деятельности моделируемого объекта, во-вторых, коэффициенты получают конкретные числовые значения (или задаются с помощью распределения вероятностей). Этот последний процесс называют *спецификацией* коэффициентов.

Спецификация коэффициентов может осуществляться либо на основе нормативной информации, т. е. информации, содержащейся в нормативных актах и планах, регламентирующих деятельность хозяйственных систем, либо на основе экспертной информации, либо на основе статистической и бухгалтерской информации с применением методов статистической обработки.

Если параметры экономико-математической модели определяются на основе статистической информации с использованием методов статистической обработки данных, то модель называется *экономико-статистической*. На практике в большинстве моделей используется как нормативная и экспертная, так и статистическая информация. Оптимальное соотношение между этими видами информации зависит от конкретного объекта, модели и цели ее построения. Однако обычно «насыщение» модели статистической информацией, носящей более объективный характер, повышает точность моделирования [40].

1.1.4. Задачи экономико-статистического анализа и моделирования производственных процессов

Функционирование хозяйственных систем носит целенаправленный характер. Для целенаправленных процессов характерно, что каждый из них можно представлять как систему с определенным выходом и входом, преобразующую исходные материалы или данные в конечный результат процесса. В такой ситуации состояние системы определяется совокупностью условий и средств, обеспечивающих протекание процесса [9].

Один из основных методологических принципов системного анализа процессов состоит в возможно более адекватном определении входов, выходов и состояний каждого из исследуемых процессов и определении схемы их взаимодействия.

Наиболее простой и общей концепцией модели, отражающей связь между выходом, входом и состоянием процесса, является понятие автомата.

Математическая модель производственной системы называется *автоматом*, если она включает в себя: множество U , интерпретируемое как множество возможных входных воздействий (различного вида ресурсов, оборудования и т. д.), множество Y , соответствующее возможным выходам системы (продукция, услуги, вклад в прирост национального богатства и т. д.), и множество X , каждый элемент которого характеризует состояние системы в данный период. Кроме того, задаются два отображения: переходное отображение $\varphi: U \times X \rightarrow X$ и выходное отображение $\psi: X \rightarrow Y$. Каждому моменту дискретного времени t соответствуют входное воздействие $u(t) \in U$, состояние $x(t) \in X$ и выход $y(t) \in Y$, а переход от момента t к $t+1$ задается с помощью отображений φ и ψ : $x(t+1) = \varphi(x(t), u(t))$, $y(t+1) = \psi(x(t+1))$.

Смысл понятия автомата в том, что все течение процесса разбивается на отдельные дискретные шаги, в каждом из которых связь между входом и выходом системы опосредуется с помощью понятия состояния, аккумулирующего в себе достаточную информацию о прошлом развитии системы. По существу автомат является простейшей дискретной моделью, отражающей понятия входа, выхода и состояния (при этом само описание отображений φ и ψ может быть достаточно сложным). Большинство используемых в настоящее время экономико-математических моделей представляют собой либо целиком автомат, либо одну из его частей — переходное или выходное отображение.

Для процесса производства продукции — главного хозяйственного процесса в хозяйственной системе — выходом служит готовая товарная продукция, входы определяются поставками сырья, материалов, комплектующих изделий, оборудования, приростом трудовых и финансовых ресурсов, а состояние — накопленными запасами средств производства и рабочей силы. В современных промышленных системах произведенная продукция является результатом совместного функционирования многих производственно-хозяйственных процессов, испытывающих на себе неодинаковое влияние окружающей обстановки и обладающих различной степенью инерционности. В этих условиях определить количественно зависимость между выходом и входом производственного процесса, с достаточной полнотой реконструировав внутреннюю структуру процесса, как правило, невозможно. С другой стороны, известная устойчивость функционирования самого моделируемого объекта как экономической системы дает основания рассчитывать на получение «внешнего» описания процесса с помощью обработки ста-

тистических данных. Эти обстоятельства создают необходимые предпосылки для применения экономико-статистического моделирования в качестве одного из средств анализа и управления процессом производства.

В экономической науке и хозяйственной практике установилась следующая классификация задач управления: оперативный контроль и регулирование; текущее (годовое) планирование; пятилетнее планирование; долгосрочное перспективное планирование; прогнозирование; ретроспективный экономический анализ.

В принципе экономико-статистические модели могут применяться для решения задач всех перечисленных функций управления. Однако в зависимости от задачи, для решения которой строится модель, к ней предъявляются специфические требования, касающиеся ее вида, параметров, области использования.

Разработка системы экономико-статистических моделей процесса производства по существу равносильна созданию своеобразного «паспорта» данного хозяйственного объекта, так как в таких моделях в обобщенном виде суммированы объективные данные о ходе этого процесса.

1.2. ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ФУНКЦИЯ КАК ЭКОНОМИКО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПРОЦЕССА

1.2.1. Общее понятие производственной функции

Наша ближайшая задача — выделить, пользуясь приведенной выше классификацией, из множества всех экономико-математических моделей производственную функцию (ПФ) как особый вид экономико-статистических моделей. Рассмотрим с этой целью содержание каждого из признаков $a — e$ п. 1.1.2:

а) **объект моделирования.** Непосредственным объектом моделирования для ПФ являются процессы производства продукции в реально функционирующих в течение определенного времени хозяйственных системах — на предприятии, в объединении, отрасли, регионе или в народном хозяйстве в целом. Соответственно уровню моделируемой системы в структуре управления народным хозяйством производственные функции делятся на народнохозяйственные, региональные, отраслевые, а также производственные функции объединений и предприятий.

В ряде случаев в качестве самостоятельного объекта моделирования рассматривается не вся хозяйственная система, а ее часть, состоящая из технологически относительно однородных производственных единиц. Для излагаемой концепции ПФ во всех случаях характерно отражение функционирования моделируемого объекта как единого целого, без учета его организационной структуры (в процессе построения ПФ его структурные характеристики могут тем не менее приниматься во внимание, см. § 2.1);

б) системное описание объекта. В теории производственных функций производственный процесс рассматривается с точки зрения преобразования ресурсов в продукцию. Входными при этом являются потоки ресурсов различного вида, полностью или частично используемые при производстве, выходом — готовая к реализации продукция. Функционирующие в системе ресурсы, технология и условия организации производства определяют потенциальные возможности и состояние процесса;

в) цели моделирования. Производственная функция строится для решения определенных экономических задач, относящихся к анализу, прогнозированию и планированию (в узком смысле слова). Применяются производственные функции как самостоятельно, так и в составе более сложных экономико-математических моделей. В общем виде цель построения производственной функции можно охарактеризовать как анализ факторов роста или прогнозирование объема выпуска продукции.

Однако в каждой конкретной ситуации эта цель имеет свои особенности, существенно влияющие на процесс построения функции. Целесообразно различать следующие возможные способы использования ПФ: 1) определение объема выпуска при фиксированных заранее значениях показателей основных ресурсов (в случае, когда эти значения незначительно отличаются от наблюдавшихся в прошлом); 2) то же самое в случае значений ресурсов, существенно отличающихся от всех, наблюдавшихся в прошлом; 3) определение объемов выпуска при значениях показателей ресурсов, принадлежащих заданной непрерывной области (в частности, меняющихся в заданных пределах); 4) определение влияния на объем выпуска малого независимого изменения размеров одного или нескольких ресурсов; 5) определение характеристик производственного процесса, выражающихся через параметры производственной функции.

Конкретные варианты и способы решения планово-аналитических задач на основе производственных функций рассмотрены в гл. 4;

г) **принципы моделирования.** В основе принятого в данной работе понятия производственной функции лежат следующие принципы, играющие роль аксиоматических в теории производственных функций:

1) объем выпуска продукции, произведенной данной производственной системой за период, определяется размерами средств труда, предметов труда и собственно труда, участвующих в процессе производства в течение этого периода;

2) связь между объемом выпуска и размерами средств труда, предметов труда и собственно труда является для данной производственной системы закономерной и относительно устойчивой;

3) в ряде случаев дополнительно принимается, что в определенных границах любое независимое изменение аргументов производственной функции допускает реальную интерпретацию.

Принципы 1 и 2 подробно рассматриваются в п. 1.2.2, 1.2.3; принцип 3 — в п. 2.3.1;

д) **аппарат моделирования.** Основным «материалом» для построения производственной функции служат зависимости $y = f(x_1, \dots, x_n)$, где y — объемный показатель выпуска, $x_1, \dots, x_n$ — объемные показатели производственных ресурсов. (Число факторов производственной функции обычно не превосходит 10.) Функция f должна быть определенной в достаточно широкой области пространства R^n и *вычислимой* в области своего определения. Последнее означает, что исследователь должен располагать алгоритмом, позволяющим вычислять значения f в любой точке, где она определена. Обычно производственная функция $y = f(x_1, \dots, x_n)$ строится подбором наиболее подходящей функции из определенного параметрического класса $F = \{f_a(x_1, \dots, x_n)\}$, где $a = (a_1, \dots, a_k)$ — вектор параметров. Таким образом, непосредственным аппаратом моделирования в данной концепции производственной функции являются параметрические классы вычислимых функций от $n \leq 10$ переменных*. Как правило, зависимость функции f от переменных и параметров задается в явном виде или — реже — в виде функциональных, дифференциальных или интегральных уравнений;

е) **идентификация и интерпретация модели.** Переменные $y, x_1, \dots, x_n$ отождествляются, как уже сказано выше, с показателями объемов выпуска и основных участвовавших

* В других концепциях понятия производственной функции основная зависимость представляется в виде регрессии или задачи математического программирования.