Б.А. Розенфельд

Многомерные пространства

Москва
«Книга по Требованию»

УДК 51
ББК 22.1
Б11

Б.А. Розенфельд
Б11 Многомерные пространства / Б.А. Розенфельд – М.: Книга по Требованию, 2013. – 648 с.

ISBN 978-5-458-51284-8

Многомерная геометрия в настоящее время широко применяется в математике и физике для наглядного представления уравнений с несколькими неизвестными, функций нескольких переменных и систем с несколькими степенями свободы. Геометрический язык позволяет применить к решению сложных задач геометрическую интуицию, сложившуюся в нашем обычном пространстве. Однако, несмотря на постоянное применение идей многомерной геометрии в теоретических и прикладных вопросах, в русской математической литературе до сих пор отсутствует систематическое изложение геометрии многомерных пространств, и с основами многомерной геометрии можно познакомиться только по курсам линейной алгебры. Настоящая книга ставит своей целью заполнение этого пробела...

ISBN 978-5-458-51284-8

Эта книга является репринтом оригинала, который мы создали специально для Вас, используя запатентованные технологии производства репринтных книг и печати по требованию.

Сначала мы отсканировали каждую страницу оригинала этой редкой книги на профессиональном оборудовании. Затем с помощью специально разработанных программ мы произвели очистку изображения от пятен, клякс, перегибов и попытались отбелить и выровнять каждую страницу книги. К сожалению, некоторые страницы нельзя вернуть в изначальное состояние, и если их было трудно читать в оригинале, то даже при цифровой реставрации их невозможно улучшить.

Разумеется, автоматизированная программная обработка репринтных книг – не самое лучшее решение для восстановления текста в его первозданном виде, однако, наша цель – вернуть читателю точную копию книги, которой может быть несколько веков.

Поэтому мы предупреждаем о возможных погрешностях восстановленного репринтного издания. В издании могут отсутствовать одна или несколько страниц текста, могут встретиться невыводимые пятна и кляксы, надписи на полях или подчеркивания в тексте, нечитаемые фрагменты текста или загибы страниц. Покупать или не покупать подобные издания – решать Вам, мы же делаем все возможное, чтобы редкие и ценные книги, еще недавно утраченные и несправедливо забытые, вновь стали доступными для всех читателей.

Серия Книжный Ренессанс
www.samizday.ru/reprint

Предисловие

Многомерная геометрия в настоящее время широко применяется в математике и физике для наглядного представления уравнений с несколькими неизвестными, функций нескольких переменных и систем с несколькими степенями свободы. Геометрический язык позволяет применить к решению сложных задач геометрическую интуицию, сложившуюся в нашем обычном пространстве. Однако, несмотря на постоянное применение идей многомерной геометрии в теоретических и прикладных вопросах, в русской математической литературе до сих пор отсутствует систематическое изложение геометрии многомерных пространств, и с основами многомерной геометрии можно познакомиться только по курсам линейной алгебры. Настоящая книга ставит своей целью заполнение этого пробела.

Шесть из первых восьми глав книги носят названия глав обычных учебников аналитической геометрии: «Векторы и аффинные операции над ними», «Метрические операции над векторами», «Прямые и плоскости», «Сферы», «Квадрики» и «Скользящие векторы». В этих главах изложена аналитическая геометрия n-мерного евклидова пространства. В основе изложения — аксиоматическое определение линейного, аффинного и евклидова пространств. В первых двух главах, помимо векторной алгебры, изложена алгебра тензоров и линейных операторов. В третьей главе, кроме геометрии прямых линий и $(n-1)$-мерных плоскостей, излагается геометрия плоскостей любой размерности. Глава седьмая посвящена общей теории и классификации многомерных поверхностей второго порядка. В главе восьмой изложено многомерное обобщение геометрических теорем статики.

В главах «Движения и аффинные преобразования», «Многогранники» и «Сферы» изложено много материала, являющегося многомерным обобщением содержания курса элементарной геометрии. Здесь, в частности, изложены свойства движений и подобий, классификация движений, многомерная теорема Эйлера, многомерные правильные многогранники, геометрия сфер, измерение объемов и, в частности, объема многомерной сферы, сферическая геометрия и, в частности, геометрия сферического симплекса.

В главах «Движения и аффинные преобразования», «Проективные преобразования» и «Конформные преобразования» изложены основы многомерной аффинной, проективной и конформной геометрии, а в главе «Дифференцирование векторов» — основы дифференциальной геометрии линий и поверхностей многомерного пространства. Последняя глава «Пространство и время» посвящена псевдоевклидовой геометрии и ее применению к физическому учению о пространстве и времени.

При изложении применяется как синтетический метод, основанный на аксиомах и наглядных геометрических рассуждениях, так и аналитический метод, главным образом, векторный и операторный, в вопросах дифференциальной геометрии тензорный, в последних двух главах — основанный на применении комплексных чисел и кватернионов и их аналогов. Особенно следует отметить систематическое применение линейных операторов. Движения и преобразования подобия изучаются на основе теории ортогонального оператора. Многомерные плоскости и сферы задаются операторными уравнениями и все задачи, относящиеся к ним, решаются с помощью операторов, входящих в эти уравнения; в частности, через эти операторы выражаются метрические и проективные инварианты плоскостей и конформные инварианты сфер. Теория квадрик излагается на основе теории симметрического оператора, теория систем скользящих векторов — на основе теории кососимметрического оператора. С помощью операторов изучаются аффинные, проективные и конформные преобразования. В дифференциальной геометрии определяется оператор, являющийся производной векторной функции по векторному аргументу, частный случай этого оператора — линейный оператор поверхности.

Книга рассчитана на студентов университетов и педагогических институтов, научных работников, учителей и инженеров, интересующихся геометрией.

Книга предполагает знакомство с курсами аналитической геометрии и высшей алгебры, а также с основными понятиями теории групп (в объеме первых глав «Теории групп» А. Г. Куроша). Дифференциально-геометрическая глава книги предполагает знакомство с курсом дифференциальной геометрии. Все понятия, связанные с тензорным анализом в книге, определяются, но для лучшего усвоения материала соответствующих разделов книги полезно предварительное знакомство с соответственными главами «Римановой геометрии и тензорного анализа» П. К. Рашевского.

Автор приносит глубокую благодарность А. П. Нордену и А. Ф. Лапко, прочитавшим эту книгу в рукописи, за ряд весьма полезных советов.